

ข้อสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

- กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
ก. ประพจน์ $p \Rightarrow (p \Rightarrow (q \vee r))$ สมมูลกับประพจน์ $p \Rightarrow (q \vee r)$
ข. ประพจน์ $p \wedge (q \Rightarrow r)$ สมมูลกับประพจน์ $(q \Rightarrow p) \vee \sim (p \Rightarrow \sim r)$
ข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด
- กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ $\mathcal{U} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$
ข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. $\forall x \forall y [x \cap y \neq \emptyset]$
2. $\forall x \forall y [x \cup y = \mathcal{U}]$
3. $\forall x \exists y [y \neq x \wedge y \subset x]$
4. $\exists x \forall y [y \neq x \wedge y \subset x]$
- กำหนดให้ $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$
ข้อใดต่อไปนี้ผิด
1. $\emptyset \subset A$
2. $\{\emptyset\} \notin A$
3. $\{1, \{1\}\} \subset A$
4. $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \notin A$
- กำหนดให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก และ } x \leq 100\}$
และ $B = \{x \mid x \in A \text{ และ } 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว}\}$
จำนวนสมาชิกของเซต $P(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2^{16}
2. 2^{17}
3. 2^{18}
4. 2^{19}
- กำหนดให้ $S = \{x \mid |x|^3 = 1\}$ เซตในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับเซต S
1. $\{x \mid x^3 = 1\}$
2. $\{x \mid x^2 = 1\}$
3. $\{x \mid x^3 = -1\}$
4. $\{x \mid x^4 = x\}$
- กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$
ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2.1
2. 2.2
3. 3.3
4. 3.5

7. กำหนดให้ $A = \{x \mid |x-1| \leq 3-x\}$ และ a เป็นสมาชิกค่ามากที่สุดของ A ค่าของ a อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้
1. $(0, 0.5]$
 2. $(0.5, 1]$
 3. $(1, 1.5]$
 4. $(1.5, 2]$
8. กำหนดให้ $f(x) = 3x-1$ และ $g^{-1}(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$ ค่าของ $f^{-1}(g(2)+g(-8))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$
 2. $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$
 3. $\frac{1-\sqrt{2}}{-3}$
 4. $\frac{1+\sqrt{2}}{-3}$
9. กำหนดให้ $A = [-2, -1] \cup [1, 2]$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x-y = -1\}$ ถ้า $a, b > 0$ และ $a \in D_r, b \in R_r$ แล้ว $a+b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 2.5
 2. 3
 3. 3.5
 4. 4
10. กำหนดให้ $f(x) = x^2-1$ เมื่อ $x \in (-\infty, -1] \cup [0, 1]$
และ $g(x) = 2^x$ เมื่อ $x \in (-\infty, 0]$
ข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. $R_g \subset D_f$
 2. $R_f \subset D_g$
 3. f เป็นฟังก์ชัน 1-1
 4. g ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1
11. ถ้า $\cos\theta - \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ แล้วค่าของ $\sin 2\theta$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{13}$
 2. $\frac{9}{13}$
 3. $\frac{4}{9}$
 4. $\frac{13}{9}$
12. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม A เท่ากับ $60^\circ, BC = \sqrt{6}$ และ $AC = 1$ ค่าของ $\cos(2B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{4}$
 2. $\frac{1}{2}$
 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 4. $\frac{3}{4}$

13. ให้ $-1 \leq x \leq 1$ เป็นจำนวนจริงซึ่ง

$$\arccos x - \arcsin x = \frac{\pi}{2552}$$

แล้ว ค่าของ $\sin(\frac{\pi}{2552})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. $2x$ | 2. $1-2x^2$ |
| 3. $2x^2-1$ | 4. $-2x$ |

14. กำหนดให้ $A = \{a \mid \text{เส้นตรง } y = ax \text{ ไม่ตัดกราฟ } y^2 = 1+x^2\}$

และ $B = \{b \mid \text{เส้นตรง } y = x+b \text{ ตัดกราฟ } y^2 = 1-x^2 \text{ สองจุด}\}$

เซต $\{d \mid d = c^2, c \in B-A\}$ เท่ากับช่วงในข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. $(0, 1)$ | 2. $(0, 2)$ |
| 3. $(1, 2)$ | 4. $(0, 4)$ |

15. ถ้าเส้นตรงหนึ่งผ่านจุดกำเนิดและจุดยอดของพาราโบลา $y^2 - 4y + 4x = 0$ และตัดเส้นไคเรตริกซ์ที่จุด (a, b) แล้ว $a+b$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 4 | 2. 5 |
| 3. 6 | 4. 7 |

16. กำหนดให้ วงกลมรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, 1)$ ถ้าเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด $x = 1$ เส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ แล้วจุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนวงกลมที่กำหนด

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. $(0, 1)$ | 2. $(0, 2)$ |
| 3. $(1, 0)$ | 4. $(3, 0)$ |

17. กำหนดให้ วงรีรูปหนึ่งมีโฟกัสอยู่ที่จุด $(\pm 3, 0)$ และผ่านจุด $(2, \frac{\sqrt{21}}{2})$ จุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนวงรีที่กำหนด

- | | |
|--------------|-------------------------------|
| 1. $(-4, 0)$ | 2. $(0, \frac{5\sqrt{2}}{2})$ |
| 3. $(6, 0)$ | 4. $(0, -3\sqrt{2})$ |

18. ถ้า $4^{x-y} = 128$ และ $3^{2x+y} = 81$ แล้วค่าของ y เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|---------|---------|
| 1. -2 | 2. -1 |
| 3. 1 | 4. 2 |

24. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน M เป็นจุดบนด้าน AD ซึ่ง $\overline{AM} = \frac{1}{5}\overline{AD}$ และ N เป็นจุดบนเส้นทแยงมุม AC ซึ่ง $\overline{AN} = \frac{1}{6}\overline{AC}$ ถ้า $\overline{MN} = a\overline{AB} + b\overline{AD}$ แล้ว $a+b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{2}{15}$
 2. $\frac{1}{5}$
 3. $\frac{1}{3}$
 4. 1
25. กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย ถ้าเวกเตอร์ $\vec{u} + 2\vec{v}$ ตั้งฉากกับเวกเตอร์ $2\vec{u} + \vec{v}$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $-\frac{4}{5}$
 2. 0
 3. $\frac{1}{5}$
 4. $\frac{3}{5}$
26. กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $z^2 + z + 1 = 0$ เมื่อ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน เซตในข้อใดต่อไปนี้เท่ากับเซต S
1. $\{-\cos 120^\circ - i \sin 60^\circ, \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
 2. $\{\cos 120^\circ + i \sin 60^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
 3. $\{-\cos 120^\circ - i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ\}$
 4. $\{\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ\}$
27. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $|z_1 + z_2|^2 = 5$ และ $|z_1 - z_2|^2 = 1$ ค่าของ $|z_1|^2 + |z_2|^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. 2
 3. 3
 4. 4
28. ถ้า C เป็นปริมาณที่มีค่าขึ้นกับค่าของตัวแปร x และ y ด้วยความสัมพันธ์ $C = 3x + 5y$ เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $3x + 4y \geq 5, x + 3y \geq 3, x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้วค่าต่ำสุดของ C ตามเงื่อนไขข้างต้น มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{21}{5}$
 2. $\frac{29}{5}$
 3. $\frac{25}{4}$
 4. $\frac{27}{4}$
29. ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 b + 1}{2n^2 a - 1} = 1$ แล้วผลบวกของอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ab}{a^2 + b^2} \right)^n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{3}$
 2. $\frac{2}{3}$
 3. 1
 4. หาค่าไม่ได้

30. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับที่สอดคล้องกับ $\frac{a_{n+2}}{a_n} = 2$ สำหรับทุกจำนวนนับ n
 ถ้า $\sum_{n=1}^{10} a_n = 31$ แล้ว $\sum_{n=1}^{2552} a_n$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $2^{1275} - 1$
 2. $2^{1276} - 1$
 3. $2^{2551} - 1$
 4. $2^{2552} - 1$
31. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิตซึ่ง $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$ แล้วค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ a_2 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 4
 2. 2
 3. 1
 4. หาค่าไม่ได้เพราะ a_2 มีค่ามากได้อย่างไม่มีขีดจำกัด
32. กำหนดให้
 A แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = 1 - x^2$ และแกน X
 B แทนพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ได้เส้นโค้ง $y = \frac{x^2}{4}$ เหนือแกน X จาก $x = -c$
 ถึง $x = c$
 ค่าของ c ที่ทำให้ $A = B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\sqrt{2}$
 2. 2
 3. $2\sqrt{2}$
 4. 4
33. กำหนดให้ $f(x) = x^4 - 3x^2 + 7$ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนเซตในข้อใดต่อไปนี้
1. $(-3, -2) \cup (2, 3)$
 2. $(-3, -2) \cup (1, 2)$
 3. $(-1, 0) \cup (2, 3)$
 4. $(-1, 0) \cup (1, 2)$
34. ถ้า $f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}} \right)$ แล้วค่าของ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{f(4+h) - f(4)}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. $\frac{16}{5}$
 3. $\frac{7}{5}$
 4. $\frac{1}{5}$
35. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{a, b, c\}$
 เซต $S = \{f \mid f : A \rightarrow B \text{ เป็นฟังก์ชันทั่วถึง}\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 12
 2. 24
 3. 36
 4. 39

36. คุณลุง คุณป้า ลูกชาย และลูกสาว มาเยี่ยมครอบครัวเรา ซึ่งมี 4 คน คือ คุณพ่อ คุณแม่ ตัวฉัน และน้องชาย ในการจัดที่นั่งรอบโต๊ะอาหารกลมที่มี 8 ที่นั่ง โดยให้คุณลุงนั่งติดกับคุณพ่อ คุณป้า นั่งติดกับคุณแม่ ลูกชายของคุณลุงนั่งติดกับน้องชายของฉัน และลูกสาวของคุณลุงนั่งติดกับฉัน จะมีจำนวนวิธีจัดได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 96 วิธี
 2. 192 วิธี
 3. 288 วิธี
 4. 384 วิธี
37. ข้าวสารบรรจุถุงแล้วกองหนึ่งประกอบด้วย ข้าวหอมมะลิ 4 ถุง ข้าวเสาไห้ 3 ถุง ข้าวขาวตาแห้ง 2 ถุง และข้างบัสมาตี 1 ถุง สุ่มหยิบข้าวจากกองนี้มา 4 ถุง ความน่าจะเป็นที่จะได้ข้าวครบทุกชนิด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{35}$
 2. $\frac{3}{35}$
 3. $\frac{2}{5}$
 4. $\frac{1}{4}$
38. กิตติและสมาน กับเพื่อนๆ รวม 7 คน ไปเที่ยวต่างจังหวัดด้วยกัน ในการค้างแรมที่มีบ้านพัก 3 หลัง หลังแรกพักได้ 3 คน ส่วนหลังที่สองและหลังที่สามพักได้หลังละ 2 คน ซึ่งแต่ละหลังมีความแตกต่างกัน พวกเขาจึงตกลงที่จะจับสลากว่าใครจะได้พักที่บ้านหลังใด ความน่าจะเป็นที่กิตติและสมานจะได้พักบ้านหลังเดียวกันในหลังที่หนึ่งหรือหลังที่สาม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{21}$
 2. $\frac{5}{21}$
 3. $\frac{8}{21}$
 4. $\frac{10}{21}$
39. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ในการสุ่มหยิบเลข n จำนวนพร้อมๆ กันจากเซต $\{1, 2, \dots, 2n\}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ทั้งหมดเท่ากับ $\frac{1}{20}$ แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่เพียง 1 จำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{20}$
 2. $\frac{3}{20}$
 3. $\frac{9}{20}$
 4. $\frac{11}{20}$
40. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 99 จำนวน เรียงลำดับจากน้อยไปมากได้เป็น x_1, x_2, \dots, x_{99} ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับมัธยฐาน แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก
1. $\sum_{i=1}^{49} x_i = \sum_{i=51}^{99} x_i$
 2. $\sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i) = \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i)$
 3. $\sum_{i=1}^{49} |x_{50} - x_i| = \sum_{i=51}^{99} |x_{50} - x_i|$
 4. $\sum_{i=1}^{49} (x_{50} - x_i)^2 = \sum_{i=51}^{99} (x_{50} - x_i)^2$

41. โรงเรียนอนุบาลแห่งหนึ่งมีนักเรียน 80 คน โดยการแจกแจงของอายุนักเรียนเป็นดังตาราง

อายุ (ปี)	3.5	4	4.5	5	5.5	6
จำนวนนักเรียน (คน)	a	15	10	20	b	5

ถ้าค่าเฉลี่ยของอายุนักเรียนมีค่า 4.5 ปี แล้วส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของอายุนักเรียนมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{16}$
2. $\frac{7}{16}$
3. $\frac{9}{16}$
4. $\frac{11}{16}$

42. ถ้าตารางแจกแจงความถี่แสดงน้ำหนักของเด็กจำนวน 40 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน
9 - 11	15
12 - 14	5
15 - 17	5
18 - 20	10
21 - 23	5

ถ้า \bar{x} แทนค่าเฉลี่ยของน้ำหนักเด็กกลุ่มนี้ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $\bar{x} = 17.444$ และมีฐานน้อยกว่าฐานนิยม
 2. $\bar{x} = 14.875$ และมีฐานน้อยกว่าฐานนิยม
 3. $\bar{x} = 17.444$ และมีฐานมากกว่าฐานนิยม
 4. $\bar{x} = 14.875$ และมีฐานมากกว่าฐานนิยม
43. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าหีบข้อมูล a, b, c, d มาคำนวณค่ามาตรฐาน ปรากฏว่าได้ค่าดังตาราง

ข้อมูล	a	b	c	d
ค่ามาตรฐาน (z)	-3	-0.45	0.45	1

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $-a + 2b + 2c - 3d = 0$
2. $-a + b + c - 3d = 0$
3. $a - 2b + 3c + 2d = 0$
4. $a - b + c - d = 0$

44. ข้อมูลความสูงของนักเรียนชั้น ม.6 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ถ้าจำนวนนักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า 140.6 เซนติเมตร มีอยู่ 3.01% และจำนวนนักเรียนที่มีความสูงมากกว่าค่ามัธยฐานแต่น้อยกว่า 159.4 เซนติเมตร มีอยู่ 46.99% แล้วจำนวนนักเรียนที่มีความสูงไม่น้อยกว่า 155 เซนติเมตร แต่ไม่เกิน 160 เซนติเมตร มีเปอร์เซ็นต์เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ เมื่อกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

z	1.00	1.12	1.88	2.00
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.3413	0.3686	0.4699	0.4772

1. 12.86 %
 2. 13.14 %
 3. 15.87 %
 4. 13.59 %
45. ในการหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ (X) และวิชาฟิสิกส์ (Y) ของนักเรียน 100 คนของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ได้พจน์ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณค่าคงตัวจากสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีรูปสมการเป็น $Y = a + bX$ ดังนี้
- $$\sum_{i=1}^{100} x_i = \sum_{i=1}^{100} y_i = 1000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i y_i = 2000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 4000$$
- ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนายสมชายเท่ากับ 15 คะแนน แล้วคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ (โดยประมาณ) ของนายสมชายเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 16 คะแนน
 2. 16.67 คะแนน
 3. 17 คะแนน
 4. 17.67 คะแนน
46. กำหนดแบบรูป
- 1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, ...
- จำนวนในพจน์ที่ 5060 ของรูปแบบนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 1
 2. 10
 3. 100
 4. 1000
47. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับใดๆ และ r เป็นเศษเหลือจากการหาร n^2 ด้วย 11 จำนวนในข้อใดต่อไปนี้ เป็นค่าของ r ไม่ได้
1. 1
 2. 3
 3. 5
 4. 7

48. กำหนดให้ $P(x)$ และ $Q(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 2551 ซึ่งสอดคล้องกับ $P(n) = Q(n)$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots, 2551$ และ $P(2552) = Q(2552) + 1$ ค่าของ $P(0) - Q(0)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0
 2. 1
 3. -1
 4. หาไม่ได้ เพราะข้อมูลไม่เพียงพอ
49. ชาย 6 คน นาย ก, ข, ค, ง, จ และ ฉ ยืนเข้าแถวตอนตามลำดับ โดยมีเงื่อนไขดังนี้
- นาย ฉ ไม่ยืนอยู่ติดกับนาย ข
 - นาย ฉ ยืนอยู่ในลำดับก่อนนาย ก
 - นาย ก ยืนติดนาย ง
 - นาย จ ยืนอยู่ที่ลำดับที่ 4
- ถ้านาย ฉ ยืนติดและอยู่หลังนาย ก แล้ว คนที่มีโอกาสอยู่ในลำดับที่ 5 ได้แก่ ชายในข้อใดต่อไปนี้
1. นาย ข
 2. นาย ค
 3. นาย ง
 4. นาย ฉ
50. จากเงื่อนไขในโจทย์ข้อที่แล้ว ข้อความใดต่อไปนี้จริง
1. นาย ง ยืนอยู่ในลำดับที่ 2
 2. นาย ค ยืนอยู่ในลำดับที่ 3
 3. นาย ง ยืนอยู่หลังนาย ข
 4. นาย ข ยืนอยู่หลังนาย จ

เฉลย PAT 1 / มี.ค. 52

ข้อ 1 ตอบ 2

วิธีทำ ก. ถูก $p \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r)) \equiv \sim p \vee (\sim p \vee (q \vee r))$

$$\equiv \sim p \vee \sim p \vee q \vee r$$

$$\equiv \sim p \vee (q \vee r)$$

$$\equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

ข. ผิด $p \wedge (q \rightarrow r) \equiv p \wedge (\sim q \vee r)$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee \sim r)$$

$$\equiv (\sim q \wedge p) \vee (\sim p \rightarrow \sim r) *$$

* $\sim q \wedge p \neq \sim q \vee p \equiv q \rightarrow p$

ข้อ 2 ตอบ 1

วิธีทำ คำตอบ 1 ถูก จะสังเกตเห็นว่าสมาชิกทุกตัวใน \mathcal{U} มีสมาชิกซ้ำกันอยู่

คำตอบ 2 ผิด เช่น $\{1, 2\} \cup \{1, 3\} = \{1, 2, 3\} \neq \mathcal{U}$

คำตอบ 3 ผิด เช่น $x = \{1, 2\}$ ไม่พบว่ามี y ใดที่ทำให้ $y \neq x \wedge y \subset x$ เป็นจริง (ใน \mathcal{U} ไม่มี $\{1\}, \{2\}, \{ \}$)

คำตอบ 4 ผิด เพราะไม่มี x ตัวใดเลยที่ทำให้ $y \neq x \wedge y \subset x, y \in \mathcal{U}$ เป็นจริง

ข้อ 3 ตอบ 2

- วิธีทำ
1. ถูก เพราะ \emptyset เป็นสับเซตของทุกๆ เซต
 2. ผิด เพราะ $\emptyset \in A \therefore \{\emptyset\} \subset A$
 3. ถูก เพราะ $1, \{1\} \in A \therefore \{1, \{1\}\} \subset A$
(ข้างในเซตทางซ้ายอยู่ในเซตทางขวา)
 4. ถูก เพราะ $\{1\} \in A$ แต่ $\{1, \{1\}\} \notin A$
ดังนั้น $\{\{1\}, \{1, \{1\}\}\} \not\subset A$

ข้อ 4 ตอบ 1

วิธีทำ $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$

$$B = \{6, 12, 18, \dots, 96\}$$

$$\therefore n(B) = 16$$

$$\therefore P(B) = 2^{n(B)} = 2^{16}$$

ข้อ 5 ตอบ 2

วิธีทำ จาก $|x|^3 = 1$ จะได้ $|x| = 1 \rightarrow x = 1, -1$

พิจารณาตัวเลือก

ข้อ 1 $x^3 = 1 \rightarrow x = 1$

ข้อ 2 $x^2 = 1 \rightarrow x = 1, -1$

ข้อ 3 $x^3 = -1 \rightarrow x = -1$

ข้อ 4 $x^4 = x \rightarrow x^4 - x = 0 \rightarrow x(x^3 - 1) = 0 \rightarrow x = 0, 1$

พบว่า ข้อ 2 คือ คำตอบที่ถูกต้อง

ข้อ 6 ตอบ 4

วิธีทำ จากสมการ $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$

$$\text{จะได้ } x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 1 = 0$$

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบของสมการ คือ $-\left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{2} = 3.5$

ข้อ 7 ตอบ 4

วิธีทำ จาก $|x-1| \leq 3-x$

$$\text{จะได้ } -(3-x) \leq x-1 \quad \text{และ} \quad x-1 \leq 3-x$$

$$-3+x \leq x-1 \qquad 2x \leq 4$$

$$-2 \leq 0 \qquad x \leq 2$$

$$\text{REAL} \quad \cap \quad (-\infty, 2]$$

จะได้คำตอบของสมการ คือ $(-\infty, 2]$

ดังนั้น ค่ามากที่สุด คือ 2

ข้อ 8 ตอบ 1

วิธีทำ $f(x) = 3x - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$

หา $g(2)$ $2 = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases} \rightarrow 2 = x^2, x \geq 0$

$\rightarrow x = \sqrt{2}, -\sqrt{2} \quad \therefore g(2) = \sqrt{2}$

หา $g(-8)$ $-8 = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases} \rightarrow -8 = -x^2, x < 0$

$\rightarrow x^2 = 8, x < 0 \rightarrow x = -2\sqrt{2}, -2\sqrt{2} \quad \therefore g(-8) = -2\sqrt{2}$

ดังนั้น $f^{-1}(g(2) + g(-8)) = f^{-1}(\sqrt{2} + (-2\sqrt{2}))$

$= f^{-1}(-\sqrt{2}) = \frac{-\sqrt{2} + 1}{3}$

ข้อ 9 ตอบ 2

วิธีทำ $x \in A \quad \therefore -2 \leq x \leq -1$ หรือ $1 \leq x \leq 2$ ——(1)

จากเงื่อนไขของ $r; x - y = -1 \rightarrow y = x + 1$

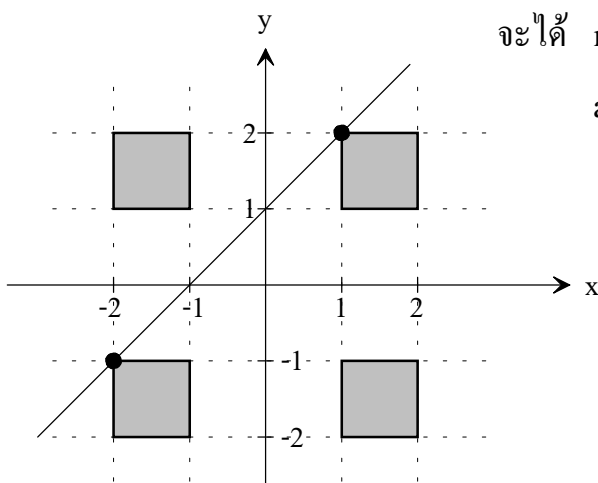
และจาก (1); $-2 + 1 \leq x + 1 \leq -1 + 1$ หรือ $1 + 1 \leq x + 1 \leq 2 + 1$

$-1 \leq y \leq 0$ หรือ $2 \leq y \leq 3$ ——(2)

แต่ $y \in A \quad \therefore$ นำ (2) $\cap A$ ได้ $y = -1, 2$

แทน y ใน $y = x + 1$ ได้ $x = -2, 1$ ตามลำดับ

$\therefore D_r = \{-2, 1\}, R_r = \{-1, 2\}$ เนื่องจาก $a, b > 0 \quad \therefore a + b = 1 + 2 = 3$

วิธีที่ 2 ใช้กราฟ วาด $y = x + 1$ โดย $x, y \in [-2, -1] \cup [1, 2]$


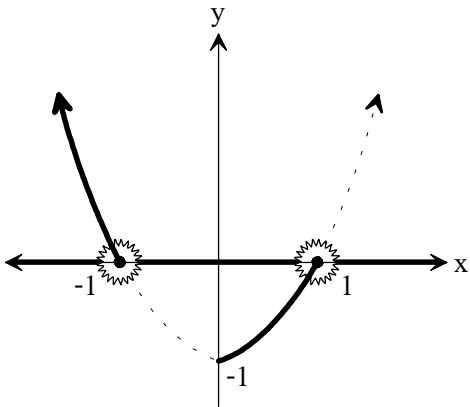
จะได้ $r = \{(1, 2), (-2, -1)\}$

$a = 1, b = 2$

$\therefore a + b = 3$

ข้อ 10 **ตอบ** 1

วิธีทำ $f(x) = x^2 - 1, D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

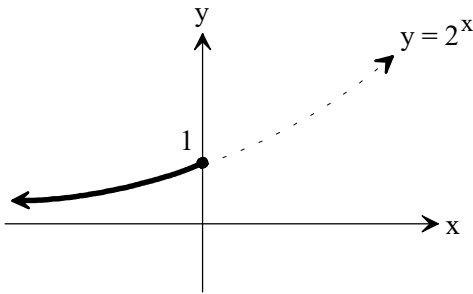


จากกราฟ f ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1 (คำตอบ 3 ผิด)

เพราะ ลากเส้นแนวนอนทับแกน x

ตัด 2 จุด คือ $(-1, 0)$ กับ $(1, 0)$

$g(x) = 2^x, D_g = (-\infty, 0]$



จากกราฟ g เป็นฟังก์ชัน 1-1

(คำตอบ 4 ผิด)

และจากกราฟทั้ง 2 จะพบว่า $R_f = [-1, \infty)$ และ $R_g = (0, 1]$

ดังนั้น คำตอบ 2 ผิด แต่คำตอบ 1 ถูก $R_g \subset D_f$

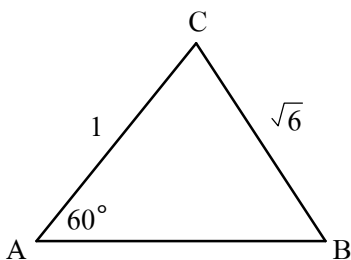
ข้อ 11 **ตอบ** 3

วิธีทำ $\cos \theta - \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta = \frac{5}{9}$

$$2 \sin \theta \cos \theta = 1 - \frac{5}{9} \quad \therefore \sin 2\theta = \frac{4}{9}$$

ข้อ 12 **ตอบ** 4

วิธีทำ วาดรูปตามโจทย์



จากกฎของ sine จะได้ว่า $\frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{1}{\sin B} \rightarrow \sin B = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\therefore \cos 2B = 1 - 2 \sin^2 B = 1 - 2 \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

ข้อ 13 ตอบ 2

วิธีทำ $\frac{\pi}{2552} = \arccos x - \arcsin x$

$$\sin \frac{\pi}{2552} = \sin(\arccos x - \arcsin x)$$

$$\sin \frac{\pi}{2552} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x - \arcsin x\right) \quad \because \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{2552} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2 \arcsin x\right) = \cos(2 \arcsin x)$$

$$\sin \frac{\pi}{2552} = 1 - 2 \sin^2(\arcsin x) = 1 - 2x^2$$

ข้อ 14 ตอบ 3

วิธีทำ $A = \{a \mid \text{เส้นตรง } y = ax \text{ ไม่ตัดกราฟ } y^2 = 1+x^2\}$

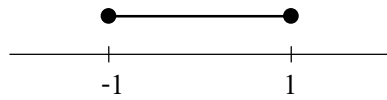
แก่สมการ $y = ax$ ———(1) กับ $y^2 = 1+x^2$ ———(2)

นำค่า y จาก (1) แทนใน (2) จะได้ $(ax)^2 = 1+x^2$

$$a^2x^2 - x^2 = 1 \rightarrow x^2(a^2 - 1) = 1 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{a^2 - 1}}$$

 ถ้า $y = ax$ ไม่ตัดกราฟ $y^2 = 1+x^2$ ค่า x หาค่าไม่ได้

ดังนั้น $a^2 - 1 \leq 0 \rightarrow (a-1)(a+1) \leq 0$


 \therefore เซต A อยู่ในช่วง $[-1, 1]$

$B = \{b \mid \text{เส้นตรง } y = x+b \text{ ตัดกราฟ } y^2 = 1-x^2 \text{ สองจุด}\}$

$y = x+b \rightarrow x-y+b = 0$

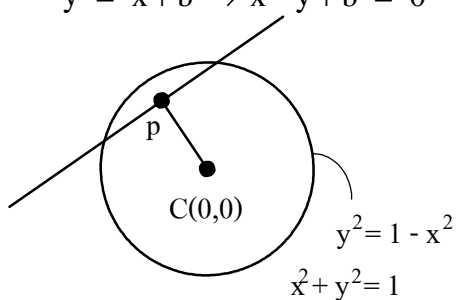
การที่เส้นตรงจะตัดวงกลม 2 จุด

CP < รัศมีวงกลม

$$\frac{|0-0+b|}{\sqrt{1^2+1^2}} < 1$$

$$|b| < \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} < b < \sqrt{2}$$


 \therefore เซต B อยู่ในช่วง $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$C \in B-A = (-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2})$

$d = c^2 = (1, 2)$

ข้อ 15 ตอบ 3
วิธีทำ สมการ PARA $y^2 - 4y + 4x = 0$

$$y^2 - 4y + 4 = -4x + 4$$

$$(y-2)^2 = -4(x-1) \text{ จุดยอดอยู่ที่ } (1, 2)$$

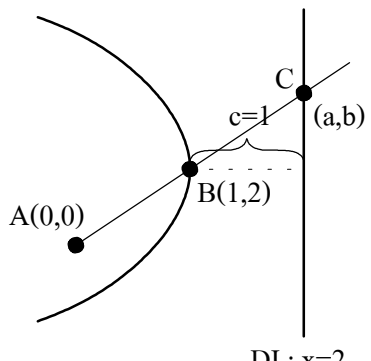
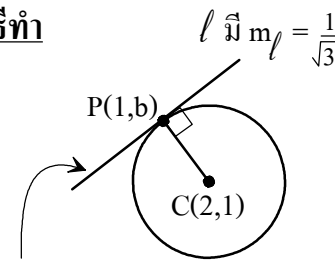
$$4c \rightarrow c = 1$$

จากรูป $m_{AB} = m_{AC}$

$$\frac{2-0}{1-0} = \frac{b-0}{2-0}$$

$$b = 4$$

$\therefore a+b = 2+4 = 6$


ข้อ 16 ตอบ 1
วิธีทำ


เนื่องจาก $CP \perp l$

$$m_{CP} = -\sqrt{3}$$

$$\frac{b-1}{1-2} = -\sqrt{3}$$

$$b = \sqrt{3} + 1$$

เส้นสัมผัสวงกลม
ที่จุด $x = 1$
ค่า x ที่จุดสัมผัส = 1

หา CP

$$r = CP = \sqrt{(\sqrt{3} + 1 - 1)^2 + (1 - 2)^2} = 2$$

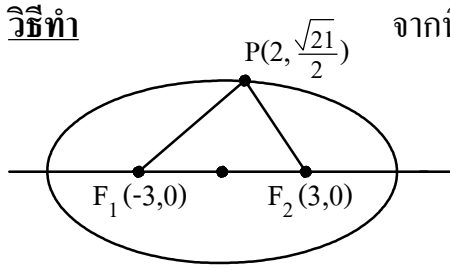
สมการวงกลม คือ

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

 เมื่อแทนจุด $(0, 1)$ ในสมการวงกลม

 พบว่า สมการเป็นจริง ดังนั้น จุด $(0, 1)$

อยู่บนวงกลมที่กำหนด

ข้อ 17 ตอบ 1
วิธีทำ


จากนิยามวงรี

ความยาวแกนเอก = $PF_1 + PF_2$

$$2a = \sqrt{(2+3)^2 + (\frac{\sqrt{21}}{2} - 0)^2} + \sqrt{(2-3)^2 + (\frac{\sqrt{21}}{2} - 0)^2}$$

$$2a = 8 \rightarrow a = 4$$

จากรูป ระยะ $F_1F_2 = 2c = 6 \rightarrow c = 3$

จาก $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 4^2 = b^2 + 3^2 \rightarrow b^2 = 7$

จะได้สมการวงรี คือ $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

เมื่อแทนจุด $(-4, 0)$ ในการสมการวงรีพบว่า สมการเป็นจริง ดังนั้นจุด $(-4, 0)$ อยู่บนวงรีที่กำหนด

ข้อ 18 ตอบ 2

วิธีทำ จาก $4^{x-y} = 128 \rightarrow 2^{2x-2y} = 2^7$

$$\text{จะได้ } 2x - 2y = 7 \text{ ———(1)}$$

จาก $3^{2x+y} = 81 \rightarrow 3^{2x+y} = 3^4$

$$\text{จะได้ } 2x + y = 4 \text{ ———(2)}$$

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ $y = -1$

ข้อ 19 ตอบ 3

วิธีทำ จาก $\log_3 x = 1 + \log_x 9$

$$\text{จะได้ } \log_3 x = 1 + 2 \log_x 3$$

$$\log_3 x = 1 + \frac{2}{\log_3 x}$$

$$(\log_3 x)^2 = \log_3 x + 2$$

$$(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$$

$$(\log_3 x - 2)(\log_3 x + 1) = 0$$

$$\text{จะได้ } \log_3 x = 2 \quad \text{หรือ} \quad \log_3 x = -1$$

$$\begin{array}{ll} x = 3^2 & x = 3^{-1} \\ = 9 & = \frac{1}{3} \end{array}$$

ตรวจสอบคำตอบ จะได้ $x = 9, \frac{1}{3}$ จริง

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบของสมการ $= 9 + \frac{1}{3} = \frac{28}{3} = 9.33$

ข้อ 20 ตอบ 3

วิธีทำ จากสมการ $\left(\frac{4}{25}\right)^x + \left(\frac{9}{25}\right)^x = 1$

$$\text{จะได้ } \frac{2^{2x}}{5^{2x}} + \frac{3^{2x}}{5^{2x}} = 1$$

$$2^{2x} + 3^{2x} = 5^{2x}$$

จะพบว่า ถ้า $x = \frac{1}{2}$ จะทำให้สมการนี้เป็นจริง

ดังนั้น ถ้า a เป็นคำตอบของสมการ แล้ว $a = \frac{1}{2}$ ข้อ (ก) ผิด

$$\text{และจากสมการ } \left(\frac{4}{25}\right)^x + \left(\frac{9}{25}\right)^x = 1$$

จะพบว่า $\left(\frac{4}{25}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันลด และ $\left(\frac{9}{25}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันลดเช่นเดียวกัน

ดังนั้น $\left(\frac{4}{25}\right)^x + \left(\frac{9}{25}\right)^x = 1$ จึงมีคำตอบเพียงค่าเดียว ข้อ (ข) ถูก

ข้อ 21 **ตอบ** 4

วิธีทำ

$$C_{11}(A) = 13$$

จะได้ $M_{11}(A) = 13$

$$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{vmatrix} = 13$$

xy

$$xy - 2 = 13 \quad \text{--- (1)}$$

$$C_{21}(A) = 9$$

จะได้ $-M_{21}(A) = 9$

$$-\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & y \end{vmatrix} = 9$$

$$-(2y + 1) = 9$$

$$y = -5$$

นำค่า y แทนใน (1)

จะได้ $x(-5) - 2 = 13$

$$x = -3$$

ดังนั้น

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{vmatrix} = +21 + 12 = +33$$

$$\begin{aligned} & -6 - 2 + 20 = +12 \\ & +15 + 8 - 2 = +21 \end{aligned}$$

ข้อ 22 **ตอบ** 3

วิธีทำ

$$A^T = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ หากค่า } \det A \text{ ได้ } \det A = 3$$

จาก $a_{ij}^{-1} = \frac{1}{\det A} C_{ji}(A)$

$$a_{23}^{-1} = \frac{1}{3} C_{32}(A) = \frac{1}{3} [-M_{32}(A)]$$

$$a_{23}^{-1} = -\frac{1}{3} \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{3}(-2 + 0) = \frac{2}{3}$$

ข้อ 23 ตอบ 1

วิธีทำ $2x - 2y - z = -5$ ———(1)

$x - 3y + z = -6$ ———(2)

$-x + y - z = 4$ ———(3)

(2)+(3) จะได้ $-2y = -2 \rightarrow y = 1$

(1)+(2) จะได้ $3x - 5y = -11$ ———(4)

นำค่า y แทนใน (4) จะได้ $3x - 5(1) = -11 \rightarrow x = -2$

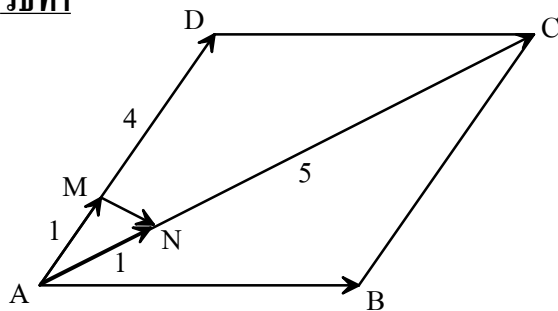
นำค่า x และ y ที่คำนวณได้ แทนใน (3) จะได้ $-(-2) + 1 - z = 4 \rightarrow z = -1$

ตัวเลือก 1 ถูก เพราะ $x^2 + y^2 + z^2 = (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 = 6$

ตัวเลือก 2 ผิด เพราะ $x + y + z = -2 + 1 + (-1) = -2$

ตัวเลือก 3 ผิด เพราะ $xyz = (-2)(1)(-1) = 2$

ตัวเลือก 4 ผิด เพราะ $\frac{xy}{z} = \frac{(-2)(1)}{-1} = 2$

ข้อ 24 ตอบ 1
วิธีทำ


จากรูป $\overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM}$

$$\overline{MN} = \frac{1}{6}\overline{AC} - \frac{1}{5}\overline{AD}$$

$$= \frac{1}{6}(\overline{AB} + \overline{AD}) - \frac{1}{5}\overline{AD}$$

$$= \frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{1}{30}\overline{AD}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{5-1}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

ข้อ 25 ตอบ 1

วิธีทำ $(\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (2\bar{u} + \bar{v}) = 0$

$2|\bar{u}|^2 + 2|\bar{v}|^2 + 5\bar{u} \cdot \bar{v} = 0$

$2 + 2 + 5\bar{u} \cdot \bar{v} = 0$

$$\bar{u} \cdot \bar{v} = -\frac{4}{5}$$

ข้อ 26 ตอบ 4

วิธีทำ $z^2 + z + 1 = 0$

$$z = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$z = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ, -\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ$$

ข้อ 27 ตอบ 3
วิธีทำ จากความรู้เรื่อง vector

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \quad \text{---(1)}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \quad \text{---(2)}$$

$$(1) + (2), \quad |\vec{u} + \vec{v}|^2 + |\vec{u} - \vec{v}|^2 = 2(|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2)$$

 เราสามารถมอง z เป็น vector ได้ ดังนั้น

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

$$5 + 1 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

$$\therefore |z_1|^2 + |z_2|^2 = 3$$

ข้อ 28 ตอบ 2
วิธีทำ สมการจุดประสงค์ $C = 3x + 5y$

อสมการข้อจำกัด

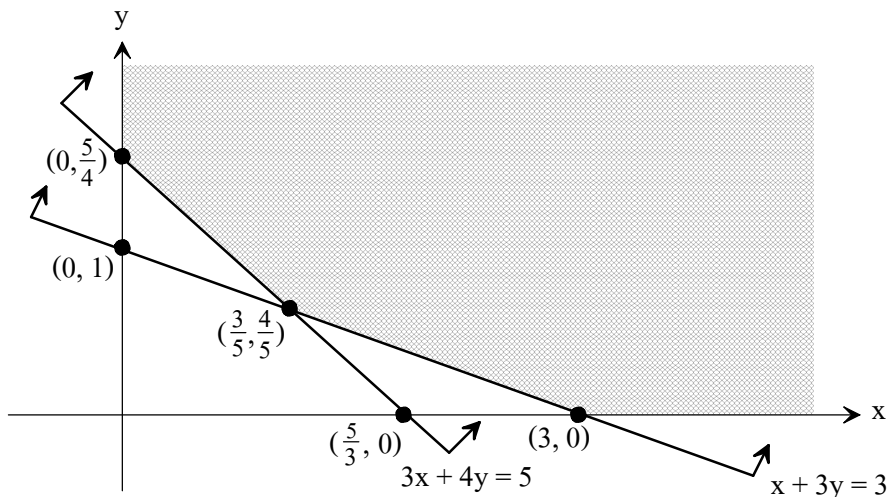
$$3x + 4y \geq 5$$

$$x + 3y \geq 3$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

นำอสมการข้อจำกัดมาเขียนกราฟเพื่อหาพื้นที่ intersect ได้ดังรูป



นำจุดมุมแทนในสมการจุดประสงค์จะได้

$$C(0, \frac{5}{4}) = 3(0) + 5(\frac{5}{4}) = \frac{25}{4}$$

$$C(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}) = 3(\frac{3}{5}) + 5(\frac{4}{5}) = \frac{29}{5} \quad \text{ค่าต่ำสุดของ } C$$

$$C(3, 0) = 3(3) + 5(0) = 9$$

ข้อ 29 ตอบ 2

วิธีทำ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{bn^2+1}{2an^2-1} = 1 \rightarrow \frac{b}{2a} = 1 \rightarrow b = 2a$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ab}{a^2+b^2} \right)^n &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2a^2}{a^2+4a^2} \right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5} \right)^n \\ &= \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5} \right)^2 + \left(\frac{2}{5} \right)^3 + \dots \\ &= \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ข้อ 30 ตอบ 2

วิธีทำ $\frac{a_{n+2}}{a_n} = 2$ แสดงว่า a_1, a_3, a_5, \dots และ a_2, a_4, a_6, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต โดยมี $r=2$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 31 \rightarrow (a_1 + a_3 + \dots + a_9) + (a_2 + a_4 + \dots + a_{10}) = 31$$

$$\frac{a_1(2^5-1)}{2-1} + \frac{a_2(2^5-1)}{2-1} = 31 \rightarrow a_1 + a_2 = 1$$

$$\sum_{n=1}^{2552} a_n = (a_1 + a_3 + \dots + a_{2551}) + (a_2 + a_4 + \dots + a_{2552})$$

$$= \frac{a_1(2^{1276}-1)}{2-1} + \frac{a_2(2^{1276}-1)}{2-1}$$

$$= 2^{1276} - 1(a_1 + a_2) = 2^{1276} - 1$$

ข้อ 31 ตอบ 3

วิธีทำ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots = 4$

$$\frac{a_1}{1-r} = 4 \rightarrow a_1 = 4(1-r) \rightarrow a_1 r = 4r(1-r)$$

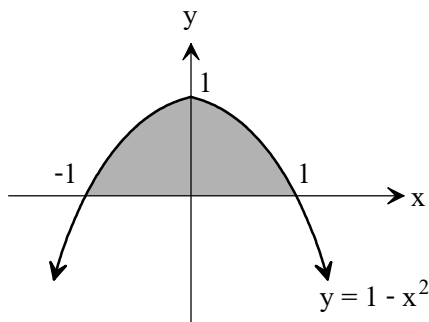
$$a_2 = 4r - 4r^2$$

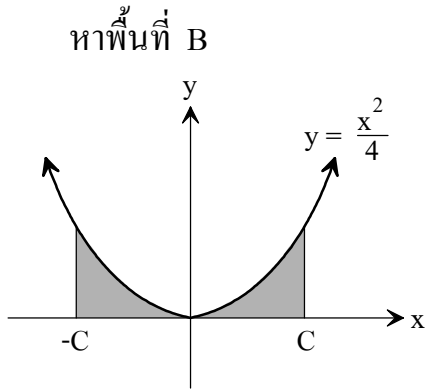
$$\therefore a_2 \text{ มีค่ามากที่สุด} = \frac{4(-4)(0) - 4^2}{4(-4)} = 1$$

ข้อ 32 ตอบ 2

วิธีทำ หาพื้นที่ A

$$A = \frac{2}{3}(2)(1) = \frac{4}{3} \text{ ตารางหน่วย}$$





$$\begin{aligned}
 B &= \int_{-c}^c \left(\frac{x^2}{4}\right) dx = \frac{x^3}{12} \Big|_{-c}^c \\
 &= \frac{c^3}{12} - \left(\frac{-c^3}{12}\right) = \frac{c^3}{6}
 \end{aligned}$$

โจทย์ต้องการให้ $A = B$ จะได้ $\frac{c^3}{6} = \frac{4}{3}$

$$c^3 = 8 \quad \therefore c = 2$$

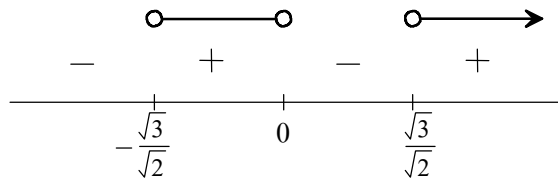
ข้อ 33 ตอบ 3

วิธีทำ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มเมื่อ $f'(x) > 0$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x > 0$$

$$2x(2x^2 - 3) > 0$$

$$2x(\sqrt{2}x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x + \sqrt{3}) > 0$$



จากตัวเลือกทั้ง 4 ข้อ จะพบว่า ข้อ 3 $(-1, 0) \cup (2, 3)$

เป็นข้อเดียวที่อยู่ในช่วงคำตอบของ $f'(x) > 0$

ข้อ 34 ตอบ 2

วิธีทำ จาก $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{f(4+h) - f(4)} &= \frac{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}}{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}} \\
 &= \frac{f'(1)}{f'(4)} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1+1}{1+1}\right)}{\frac{1}{2} \left(\frac{1+1}{2+8}\right)} = \frac{2}{\frac{5}{8}} = \frac{16}{5}
 \end{aligned}$$

ข้อ 38 ตอบ 1

วิธีทำ $n(S) =$ จำนวนวิธีจัด 7 คนเข้าบ้านพัก $= \binom{7}{3} \binom{4}{2} \binom{2}{2}$
 $= 210$

$n(E) =$ จำนวนวิธีจัด 7 คนเข้าบ้านพักโดยกิตติและสมานพักด้วยกัน ในบ้านพัก
 ที่หนึ่งหรือที่สามแบ่งพิจารณา 3 กรณีดังนี้
 บ้านพักที่หนึ่ง บ้านพักที่สอง บ้านพักที่สาม

จำนวนวิธีที่กิตติและสมานพักบ้านพักที่หนึ่ง * $= \binom{5}{1} \binom{4}{2} \binom{2}{2}$

จำนวนวิธีที่กิตติและสมานพักบ้านพักที่สาม * $= \binom{5}{3} \binom{2}{2}$

รวม $= 40$

จะได้ $P(E) = \frac{40}{210} = \frac{4}{21}$

ข้อ 39 ตอบ 3

วิธีทำ $P(\text{ได้เลขคู่ทั้งหมด}) = \frac{\binom{n}{n}}{\binom{2n}{n}} = \frac{1}{20}$

จะได้ $\binom{2n}{n} = 20$

พิจารณาจะพบว่า $n = 3$

ดังนั้น เซตที่โจทย์กำหนดคือ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

หยาบเลขคู่ $\binom{3}{1} \binom{3}{2}$ หยาบเลขคี่
 $P(\text{ได้เลขคู่เพียง 1 จำนวน}) = \frac{\binom{3}{1} \binom{3}{2}}{\binom{6}{3}}$
 $= \frac{9}{20}$

ข้อ 40 ตอบ 3

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานมีค่าเท่ากัน ดังนั้นข้อ 3 ถูกต้อง เพราะค่า
 สัมบูรณ์หมายถึงระยะทางของข้อมูลแต่ละตัวที่ห่างจากมัธยฐาน (x_{50})

ข้อ 41 ตอบ 4

วิธีทำ จาก $\mu = \frac{\sum x}{N}$

$$4.5 = \frac{(3.5)a + (4)(15) + (4.5)(10) + (5)(20) + (5.5)b + (6)(5)}{80}$$

จะได้ $7a + 11b = 250$ (1)

และจาก $a + b + 50 = 80$

$$a + b = 30$$
 (2)

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ $a = 20$ $b = 10$

จากสูตรส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (MD) = $\frac{\sum f|x-\mu|}{N}$

จะได้ว่าในข้อนี้ $\mu = 4.5$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น MD} &= \frac{(20)(1) + (15)(.5) + (10)(10) + (20)(.5) + (10)(1) + (5)(1.5)}{80} \\ &= \frac{11}{16} \end{aligned}$$

ข้อ 42 ตอบ 4

วิธีทำ

หา \bar{x}

นน. (กก)	จำนวน (f)	d	fd
9 - 11	15	0	0
12 - 14	5	1	5
15 - 17	5	2	10
18 - 20	10	3	30
21 - 23	5	4	20
รวม	40		65

จาก $\mu = a + \frac{i \sum fd}{N}$

$$\mu = 10 + \frac{(3)(65)}{40}$$

$$= 14.875$$

พิจารณา มัธยฐานและฐานนิยม

นน. (กก)	จำนวน (f)
9 - 11	15
12 - 14	5
15 - 17	5
18 - 20	10
21 - 23	5

← ฐานนิยมอยู่ในชั้นนี้

← มัธยฐานอยู่ในชั้นนี้

จะพบว่า มัธยฐานมีค่ามากกว่าฐานนิยม

ดังนั้นจะได้ $\bar{x} = 14.875$ และมัธยฐานมากกว่า ฐานนิยมได้

ข้อ 43 ตอบ 1

วิธีทำ จาก $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

จะได้ว่า $-3 = \frac{a-\mu}{\sigma} \rightarrow a = \mu - 3\sigma$

$-0.45 = \frac{b-\mu}{\sigma} \rightarrow b = \mu - 0.45\sigma$

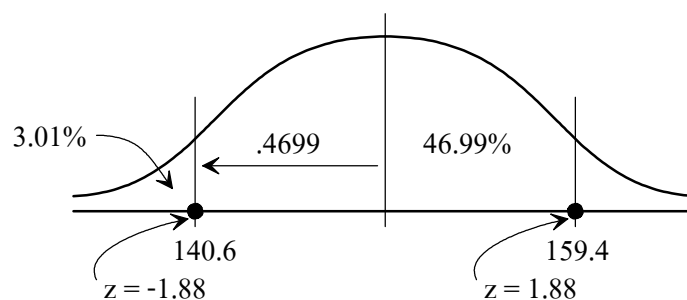
$0.45 = \frac{c-\mu}{\sigma} \rightarrow c = \mu + 0.45\sigma$

$1 = \frac{d-\mu}{\sigma} \rightarrow d = \mu + \sigma$

นำ a, b, c และ d ไปแทนค่า จะพบว่าข้อ 1 เป็นจริง

ข้อ 44 ตอบ 4

วิธีทำ จากกำหนดให้จะได้



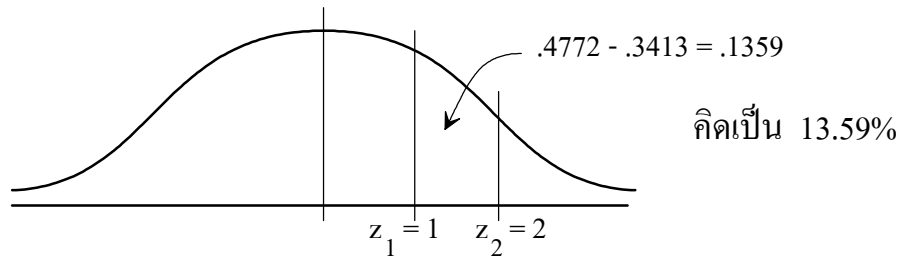
$$\text{จะได้} \quad -1.88 = \frac{140.6 - \mu}{\sigma} \dots\dots\dots (1)$$

$$1.88 = \frac{159.4 - \mu}{\sigma} \dots\dots\dots (2)$$

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ $\mu = 150$ $\sigma = 5$

$$Z_1 = \frac{155-150}{5} = 1$$

$$Z_2 = \frac{160-150}{5} = 2$$



ข้อ 45 ตอบ 2

วิธีทำ จาก $y = a + bx$

สมการปกติ

$$\Sigma y = b \Sigma x + \Sigma a \rightarrow 1000 = 1000b + 100a \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Sigma xy = b \Sigma x^2 + a \Sigma x \rightarrow 2000 = 4000b + 1000a \quad \dots\dots\dots (2)$$

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ $a = -\frac{10}{3}$ $b = \frac{4}{3}$

ดังนั้น จะได้ $\hat{y} = -\frac{10}{3} + \frac{4}{3}x$

ถ้า $x = 15$ จะได้ $\hat{y} = -\frac{10}{3} + \frac{4}{3}(15) = \frac{50}{3} = 16.67$

ข้อ 46 ตอบ 2

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1 = 1, a_3 = 2, a_6 = 3, a_{10} = 4, a_{15} = 5$

จะได้ $\frac{a_{n(n+1)}}{2} = n$

ถ้า $n = 100$ จะได้ $a_{5050} = 100$

$\therefore a_{5051} = 1, a_{5052} = 2, \dots\dots\dots, a_{5060} = 10$

ข้อ 47 ตอบ 4
วิธีทำ

n	n ²	เศษจากการหาร n ² ด้วย 11
1	1	1
2	4	4
3	9	9
4	16	5
5	25	3
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

พิจารณาตัวเลือกจะพบว่า เศษเหลือจากการหาร n² ด้วย 11 จะเป็น 7 ไม่ได้

ข้อ 48 ตอบ 3
วิธีทำ กำหนด $F(x) = P(x) - Q(x)$

จาก $P(x) = Q(x)$ เมื่อ $x = 1, 2, 3, \dots, 2551$

จะได้ว่า $P(x) - Q(x) = 0$ เมื่อ $x = 1, 2, 3, \dots, 2551$

และได้ $F(x) = 0$ เมื่อ $x = 1, 2, 3, \dots, 2551$

$$\therefore F(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-2551) \quad \text{---(1)}$$

จากโจทย์ $P(2552) = Q(2552) + 1 \rightarrow P(2552) - Q(2552) = 1 \rightarrow F(2552) = 1$

\therefore จาก (1) แทน $x = 2552$

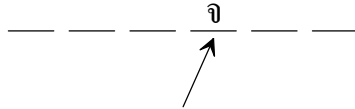
$$F(2552) = k(2552-1)(2552-2)(2552-3) \dots (2552-2551)$$

$$1 = k(2551)(2550)(2549) \dots (1) \rightarrow k = \frac{1}{2551!}$$

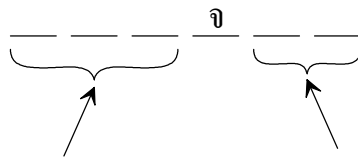
$$\begin{aligned} \therefore P(0) - Q(0) = F(0) &= \frac{1}{2551!} (0-1)(0-2)(0-3) \dots (0-2551) \\ &= \frac{1}{2551!} \cdot (-2551!) = -1 \end{aligned}$$

ข้อ 49 ตอบ 3

วิธีทำ



(1) นาย จ อยู่ลำดับที่ 4
 โจทย์กำหนด นาย ฉ ยืนติดและอยู่หลังนาย ค
 นาย ก ยืนติด นาย ง
 และ นาย ฉ ยืนอยู่ในลำดับก่อนนาย ก



นาย ฉ, นาย ค และ นาย ข นาย ก, นาย ง
 ดังนั้นรูปแบบการยืนเข้าแถว อาจเป็นดังนี้

ข ค ฉ จ ก ง

หรือ ข ค ฉ จ ง ก

พิจารณาตัวเลือก... ตอบข้อ 3

ข้อ 50 ตอบ 3
