

ตอนที่ 1 แบบเลือกคำตอบ

ข้อ 1.

พิจารณา 1. สมมติให้ $x = -2$ และ $y = 1$

$$\text{จะได้ว่า } |-2| = 1 + 1$$

ดังนั้น 1. เป็นจริง

พิจารณา 2. สมมติให้ $x = -2$

จะได้ว่า y สามารถเป็นได้ทุกค่าที่ทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น 2. เป็นจริง

พิจารณา 3. ไม่ว่าจะแทนอย่างไรก็เป็นจริง นั่นคือ x เป็นได้ทุกค่า และ y เป็นบางค่าก็ทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้น 3. เป็นจริง

พิจารณา 4. สมมติให้ $x = -2$ และ $y = -2$

จะได้ว่า สมการไม่เป็นความจริง

ดังนั้น 4. ผิด

ตอบข้อ 4.

ข้อ 2.

พิจารณา ก. จากโจทย์ เมื่อ $q \wedge r$ เป็นจริง แสดงว่า q และ r เป็นจริง

จะได้ว่า ถ้า p เป็นเท็จ $p \vee [(q \wedge r) \rightarrow p]$ จะเป็นเท็จด้วย

ถ้า p เป็นจริง $p \vee [(q \wedge r) \rightarrow p]$ จะเป็นจริงด้วย

ดังนั้น ก. ถูก

พิจารณา ข. จากโจทย์กำหนดให้ p เป็นเท็จ

จะได้ว่า ถ้า r เป็นเท็จ $(p \rightarrow q) \wedge r$ จะเป็นเท็จด้วย

ถ้า r เป็นจริง $(p \rightarrow q) \wedge r$ จะเป็นจริงด้วย

ดังนั้น ข. ถูก

ตอบข้อ 1.

ข้อ 3.

$p(A)$ จะมีสมาชิกทั้งสิ้น 16 ตัว

พิจารณา ก. $A \cap p(A) = \{0,1,2\}$

ดังนั้น ก. ผิด

พิจารณา ข. $n(A - p(A)) = 4 - 1 = 3$ ตัว

$n(p(A) - A) = 16 - 1 = 15$ ตัว

ดังนั้น ข. ถูก

ตอบข้อ 3.

ข้อ 4.

พิจารณา A

$$x^3 + x^2 - 27x - 27 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 27x - 27 = (x + 1)(x - \sqrt{27})(x + \sqrt{27})$$

จะได้

$$x = -1, \pm 3\sqrt{3}$$

พิจารณา B

$$x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = 0$$

$$x^3 + (1 - \sqrt{3})x^2 - (36 + \sqrt{3})x - 36 = (x^2 - \sqrt{3}x - 36)(x + 1)$$

จะได้

$$x = 4\sqrt{3}, -3\sqrt{3}, -1$$

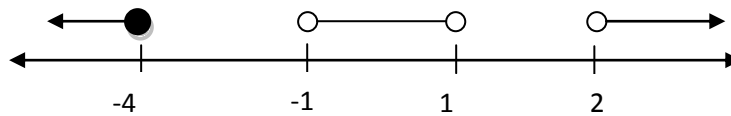
ดังนั้น

$$A \cap B = -1, -3\sqrt{3}$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 5.

$$\begin{aligned}\frac{x}{x^2 - 3x + 2} &\geq \frac{x + 2}{x^2 - 1} \\ \frac{x}{(x - 2)(x - 1)} - \frac{x + 2}{(x - 1)(x + 1)} &\geq 0 \\ \frac{x(x + 1) - (x + 2)(x - 2)}{(x - 2)(x - 1)(x + 1)} &\geq 0 \\ \frac{x + 4}{(x - 2)(x - 1)(x + 1)} &\geq 0\end{aligned}$$



ดังนั้น $(-1, 0.5)$ เป็นสับเซตของเซต S

ตอบข้อ 2.

ข้อ 6.

พิจารณา โดเมน จะได้

$$2y^2 = 2 - x^2$$

$$y^2 = \sqrt{\frac{2-x^2}{2}}$$

จะได้

$$D_r = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

พิจารณา โดเมน จะได้

$$x^2 = 2 - 2y^2$$

$$x = \sqrt{2 - 2y^2}$$

จะได้

$$R_r = [-1, 1]$$

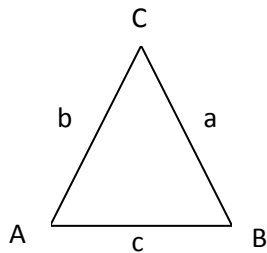
ดังนั้น

$$D_r - R_r = [-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2}]$$

นั่นคือ $(1.4, 1.5)$ ไม่เป็นสับเซตของ $D_r - R_r$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 7.



จากโจทย์ จะได้ว่า

$$a^3 + b^3 = 2a + 2b \text{ และ } c = \sqrt{2}$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = 2(a + b)$$

$$a^2 - ab + b^2 = 2 \quad - (1)$$

จากกฎของ cosine

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos C = \sqrt{2}^2 = 2 \quad - (2)$$

$$(1) - (2) \quad 2ab \cos C - ab = 0$$

$$ab(2 \cos C - 1) = 0$$

เนื่องจาก a และ b ไม่เท่ากับ 0

$$2 \cos C - 1 = 0$$

$$\cos C = \frac{1}{2}$$

$$\therefore C = 60^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \cot C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 8.

$$8^x + 8 = 4^x + 2^{x+3}$$

$$2^{3x} + 2^3 = 2^{2x} + 2^{x+3}$$

$$2^{3x} - 2^{2x} - 2^x \cdot 8 + 2^3 = 0$$

ให้ $a = 2^x$ จะได้ว่า

$$a^3 - a^2 - 8a + 8 = 0$$

$$a^2(a - 1) - 8(a - 1) = 0$$

$$(a^2 - 8)(a - 1) = 0$$

พิจารณา $a^2 - 8 = 0$

$$a = 2\sqrt{2}$$

$$2^x = 2\sqrt{2}$$

$$a = 2\sqrt{2}$$

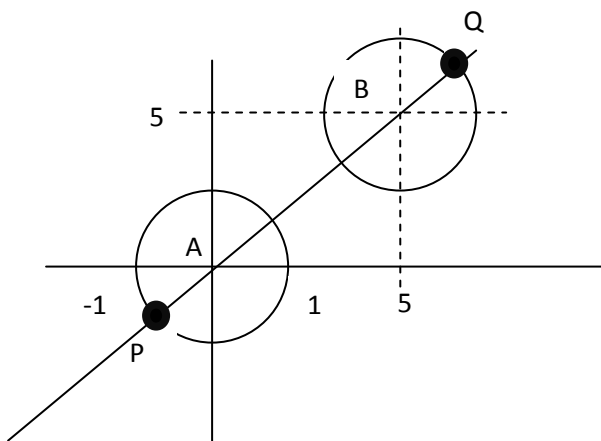
$$2^x = 2\sqrt{2}$$

$$x = 1.5$$

ดังนั้น x อยู่ในช่วง $[1, 2)$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 9.



จาก $B = x^2 + y^2 - 10x - 10y + 49 = 0$

จะได้ $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 1$

พิจารณาเส้นตรงซึ่งผ่านจุดกึ่งกลาง 2 จุดของวงกลม A และ B จะได้ สมการ $y=x$ สามารถวาดรูปได้ข้างต้น

พิจารณาจุดที่วงกลม A ตัดกับเส้นตรง

$$x = \sqrt{1 - x^2}$$

$$x^2 = 1 - x^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

จะได้ จุด P คือ $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$

พิจารณาจุดที่วงกลม B ตัดกับเส้นตรง

$$x = \sqrt{1 - (x - 5)^2} + 5$$

$$(x - 5)^2 = 1 - (x - 5)^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} + 5$$

จะได้ จุด Q คือ $(\frac{1}{\sqrt{2}} + 5, \frac{1}{\sqrt{2}} + 5)$

พิจารณาระยะห่างระหว่างจุดทั้งสอง จะได้

$$= \sqrt{(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - 5)^2 + (-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - 5)^2}$$

$$= \sqrt{2(\frac{-2}{\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}})^2}$$

$$= 2 + 5\sqrt{2}$$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 10.

จากสมการไฮเพอร์โบลา จะได้จุดโฟกัสของวงรี คือ $(1,0)$ และ $(-1,0)$ จะได้ $c = 1$

พิจารณาระยะห่างจากจุดโฟกัสทั้งสองถึงจุด $(0,1)$

ระยะทางจากจุด (1,0) (0,1) คือ $\sqrt{2}$

ระยะทางจากจุด (-1,0) (0,1) คือ $\sqrt{2}$

จากผลรวมระยะทางจากจุดใดๆถึงจุดโฟกัสทั้งสองมีค่าเท่ากับความยาวแกนเอก

ดังนั้น $a = \sqrt{2}$

เพราะฉะนั้น $b = \sqrt{2-1} = 1$

จะได้สมการวงรี คือ $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

ดังนั้น จุด $(1, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ อยู่บนวงรี E

ตอบข้อ 1.

ข้อ 11.

จาก $AX = C$ พิจารณาหา X

$$AX = \begin{bmatrix} x + 2y + z \\ -2x + z \\ y + 2z \end{bmatrix}$$

จะได้ $x + 2y + z = 2$ -(1)

$$-2x + z = -2$$
 -(2)

$$y + 2z = 3$$
 -(3)

(1)-(2) : $3x + 2y = 4$ -(4)

(2)x2 : $-4x + 2z = -4$ -(5)

(3)-(5) : $y + 4x = 7$ -(6)

(6)x2 : $2y + 8x = 14$ -(7)

(7)-(4) : $5x = 10$

จะได้ $x = 2$

$$y = -1$$

$$z = 2$$

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2A + B = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(2A + B)X = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $a+b+c = 9$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 12.

$$\begin{aligned} \det \left(2 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \right) &= 2^3 \det \left(\begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \right) \\ &= 2^3 \left(\frac{1}{\det \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}} \right) \end{aligned}$$

พิจารณา $\det \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & x & 0 & 0 & x \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 6x$

จะได้ $\frac{8}{6x} = \frac{1}{x-1}$

$$8x - 8 = 6x$$

$$x = 4$$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 13.

จาก u ตั้งฉากกับ v จะได้ว่า

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos 90^\circ$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

จาก $u+v$ ตั้งฉากกับ $u-v$ จะได้ว่า

$$(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2 = 0$$

$$\vec{u}^2 = \vec{v}^2$$

จะได้

$$|\bar{u}| = |\bar{v}|$$

ดังนั้น ก. ถูกต้อง

พิจารณา ข.

$$\begin{aligned} \bar{u} + 2\bar{v} \perp 2\bar{u} - \bar{v} \\ &= (\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (2\bar{u} - \bar{v}) \\ &= 2\bar{u}^2 + 3\bar{u}\bar{v} - 2\bar{v}^2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{u}^2 = \bar{v}^2$ และ $\bar{u} \cdot \bar{v} = 0$ จะได้

$$= 2\bar{u}^2 + 3\bar{u}\bar{v} - 2\bar{v}^2 = 0$$

ดังนั้น ข. ถูกต้อง

ตอบข้อ 1.

ข้อ 14.

พิจารณา ก.

สมมติให้

ลำดับ a_n คือ 1,1,1,1,1 ซึ่งเป็นลำดับลู่เข้า

ดังนั้น

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots \text{ซึ่งลู่ออก}$$

สรุปได้ว่า ก. ผิด

พิจารณา ข.

จาก

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{a_n}{2^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 1 \text{ ลู่ออก}$$

สรุปได้ว่า ข. ผิด

ตอบข้อ 4.

ข 15.

จาก

$$z^3 - 2z^2 + 2z = z(z^2 - 2z + 2)$$

เนื่องจาก $z \neq 0$ จะได้ว่า

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

สมมติให้ $z = a+bi$ จะได้

$$a^2 + 2abi - b^2 - 2a + 2bi + 2 = 0$$

$$(a^2 - b^2 - 2a + 2) + (2ab - 2b)i = 0$$

ดังนั้น

$$a^2 - b^2 - 2a + 2 = 0 \quad \text{---(1)}$$

และ

$$2ab - 2b = 0 \quad \text{---(2)}$$

จาก (2);

$$2ab - 2b = 2b(a - 1) = 0$$

เนื่องจาก $z \neq 0$ จะได้ว่า

$$a - 1 = 0$$

$$a = 1$$

นำไปแทนใน (1);

$$1 - b^2 - 2 + 2 = 0$$

$$1 - b^2 = 0$$

$$b = 1, -1$$

จะได้ $z=1+i$ และ $1-i$ แต่อาร์กิวเมนต์ของ z อยู่ในช่วง $(0, \frac{\pi}{2})$ ดังนั้น $z = 1 + i$

จะได้

$$z^2 = 2i$$

$$z^4 = -4$$

$$(\bar{z})^2 = -2i$$

$$\frac{z^4}{(\bar{z})^2} = -2i$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 16.

เหตุการณ์ คือ $5 \times 4 \times 3 = 60$

เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือ $12 \times 11 \times 10 = 1320$

จะได้ ความน่าจะเป็น คือ $\frac{60}{1320} = \frac{1}{22}$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 17.

กรณีที่ได้หลอดชำรุดหนึ่งหลอด $\binom{3}{1} \binom{9}{3} = 3 \times \frac{9!}{6!3!} = 252$ วิธี

กรณีที่ไม่ได้หลอดชำรุดเลย $\binom{9}{4} = \frac{9!}{4!5!} = 126$ วิธี

ดังนั้น วิธีหยิบที่จะได้หลอดชำรุดไม่เกิน หนึ่ง หลอด คือ $252 + 126 = 378$ วิธี

เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด คือ $\binom{12}{4} = \frac{12!}{4!8!} = 495$

ความน่าจะเป็นที่ได้ คือ $\frac{378}{495} = \frac{42}{55}$ ซึ่งไม่มีคำตอบ

แต่ถ้าหากคิดในกรณี ที่หลอดชำรุดไม่เกิน 1 หลอด หมายถึงไม่มีหลอดชำรุดเลย จะได้ว่า

ความน่าจะเป็นที่ได้ คือ $\frac{126}{495} = \frac{14}{55}$

ตอบ ไม่มีคำตอบ/ข้อ 4.

ข้อ 18.

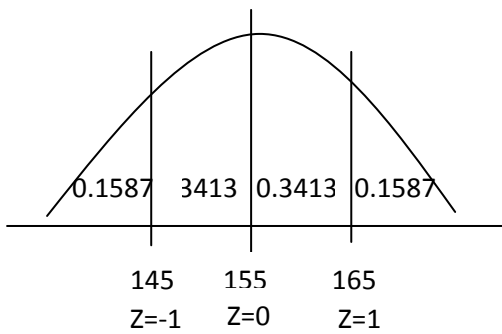
เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง คือ 36 วิธี

เหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ตามเงื่อนไข ได้แก่ (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1) รวม 6 วิธี

ความน่าจะเป็นที่ได้ คือ $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ วิธี

ตอบข้อ 3.

ข้อ 19.



จากโจทย์สามารถแปลงออกมาได้ดังรูป

สัมประสิทธิ์การแปรผัน คือ $\frac{s}{\bar{x}}$

จากโจทย์จะได้ว่า

$$1 = \frac{165 - \bar{x}}{sd}$$

$$1 = \frac{165 - 155}{sd}$$

$$sd = 10$$

ดังนั้นสัมประสิทธิ์การแปรผัน คือ

$$\frac{10}{155} = \frac{2}{31}$$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 20.

จากโจทย์จะได้ว่า

$$z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{sd}$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{sd}$$

$$z_3 = \frac{x_3 - \bar{x}}{sd}$$

$$z_1 + z_2 = \frac{x_1 - \bar{x} + x_2 - \bar{x}}{sd} = \frac{x_3 - \bar{x}}{sd}$$

$$x_1 + x_2 - 2\bar{x} = x_3 - \bar{x}$$

$$\bar{x} = x_1 + x_2 - x_3$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 21.

พิจารณา ข้อ 1.

สมมติ $x = \frac{1}{2} \in A$

$$2x = 1$$

$$1 \in A$$

ซึ่งขัดกับข้อ ค. ดังนั้น $\frac{1}{2} \notin A$

พิจารณา ข้อ 2.

สมมติ $x = \frac{1}{8} \in A$

$$2x = \frac{1}{4}$$

พิจารณา $\frac{1}{4}$

ให้ $\frac{1}{4} \in A$

$$2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

จาก $\frac{1}{2} \notin A$ จะได้ว่า $\frac{1}{4} \notin A$

และเมื่อ $\frac{1}{4} \in A$ ดังนั้น $\frac{1}{8} \notin A$

สามารถสรุปได้ว่า สมาชิกที่อยู่ใน A คือ $\frac{1}{2^n}$ เมื่อ n คือจำนวนคู่

พิจารณา 3. $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$ ซึ่งถูกต้องตามเงื่อนไข

พิจารณา 4. $\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$ จะไม่ถูกต้องตามเงื่อนไข

ตอบข้อ 3.

ข้อ 22.

เริ่มยาว 5 นาที เดินไป 30 องศา

เริ่มยาว 1 นาที เดินไป 6 องศา

เข็มสั้น 60 นาที เดินไป 30 องศา

เข็มสั้น 1 นาที เดินไป 0.5 องศา

จะได้ว่า

เข็มทั้งสองต่างกันทำมุม $6 - 0.5 = 5.5$ องศา ในเวลา 1 นาที

เข็มทั้งสองต่างกันทำมุม θ องศา ในเวลา $\frac{\theta}{5.5} = \frac{2\theta}{11}$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 23.

จากโจทย์จะได้ว่า

$$\frac{n-1}{n} > \frac{2551}{2554}$$

$$2554n - 2554 > 2551n$$

$$3n > 2554$$

$$n > \frac{2554}{3} = 851.33$$

จะได้ค่าของ n ที่น้อยที่สุด คือ 1276

ตอบข้อ 4.

ข้อ 24.

เหตุการณ์ที่สามารถเกิดขึ้นได้จากเงื่อนไขของโจทย์ คือ

กรณี 1 ค ด จ ง ข ก

กรณี 2 ค ด จ ก ข ง

ดังนั้น ข จะนั่งเก้าอี้หมายเลข 2 เสมอ

ตอบข้อ 3.

ข้อ 2.

พิจารณา ห.ร.ม. ของ 403 และ 465

$$\begin{array}{r|rr|r} 6 & 403 & 465 & 1 \\ & - & - & \\ & 372 & 403 & \\ & \underline{31} & 62 & 2 \\ & & - & \\ & & 62 & \\ & & 0 & \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 403 และ 465 มีค่าเท่ากับ 31

พิจารณา ห.ร.ม. ของ 431 และ 465

$$\begin{array}{r|rr|r} 12 & 431 & 465 & 1 \\ & - & - & \\ & 408 & 431 & \\ & & & \\ 1 & 23 & 34 & 1 \\ & - & - & \\ & 11 & 23 & \\ & & & \\ 1 & 12 & 11 & 0 \\ & - & - & \\ & 11 & 0 & \\ & & & \\ & \underline{1} & 11 & 11 \\ & & - & \\ & & 11 & \\ & & 0 & \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 431 และ 465 คือ 1

ดังนั้น $a-b$ คือ $31-1=30$

ตอบ 30

ข้อ 3.

พิจารณา $g \circ f(3) = g(f(3)) = g\left(\frac{1}{3}\right) = 2f\left(\frac{1}{3}\right) = 2(3) = 6$

พิจารณาค่า $g^{-1}(x)$

จาก

$$g(x) = \frac{2}{x}$$

$$y = \frac{2}{x}$$

สลับ x เป็น y และ y เป็น x

$$x = \frac{2}{y}$$

$$y = \frac{2}{x}$$

จะได้

$$g^{-1}(x) = \frac{2}{x}$$

ดังนั้น

$$f \circ g^{-1}(3) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$g \circ f(3) + f \circ g^{-1}(3) = 6 + 1.5 = 7.5$$

ตอบ 7.5

ข้อ 4.

พิจารณาหา $f^{-1}(x)$

จาก

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

$$y = x^{\frac{1}{3}}$$

สลับ x เป็น y และ y เป็น x

$$x = y^{\frac{1}{3}}$$

$$x^3 = y$$

จะได้ $f^{-1}(x) = x^3$ นั่นคือ $f^{-1}(2) = 2^3 = 8$

พิจารณาหา $g^{-1}(x)$

จาก

$$g(x) = \frac{x}{1+x}$$

$$y = \frac{x}{1+x}$$

สลับ x เป็น y และ y เป็น x

$$x = \frac{y}{1+y}$$

$$x + xy - y = 0$$

$$x = y(1 - x)$$

$$y = \frac{x}{1-x}$$

จะได้ $g^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$ นั่นคือ $g^{-1}(2) = \frac{2}{1-2} = -2$

ดังนั้น $(f^{-1} + g^{-1})(2) = f^{-1}(2) + g^{-1}(2) = 8 + (-2) = 6$

ตอบ 6

ข้อ 5.

$$\begin{aligned}
 1 - \cot 20^\circ &= \frac{x}{1 - \cot 25^\circ} \\
 x &= (1 - \cot 20^\circ)(1 - \cot 25^\circ) \\
 &= 1 - \cot 25^\circ - \cot 20^\circ + \cot 25^\circ \cot 20^\circ \\
 &= 1 - \frac{\cos 25^\circ}{\sin 25^\circ} - \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} + \frac{\cos 25^\circ \cos 20^\circ}{\sin 25^\circ \sin 20^\circ} \\
 &= 1 - \left(\frac{\sin 20^\circ \cos 25^\circ + \cos 20^\circ \sin 25^\circ - \cos 20^\circ \cos 25^\circ}{\sin 25^\circ \sin 20^\circ} \right) \\
 &= \frac{\sin 20^\circ \sin 25^\circ - \sin 45^\circ + \cos 20^\circ \cos 25^\circ}{\sin 25^\circ \sin 20^\circ} \\
 &= \frac{\cos 5^\circ - \sin 45^\circ}{\sin 25^\circ \sin 20^\circ} = \frac{2(\cos 5^\circ - \sin 45^\circ)}{2\sin 25^\circ \sin 20^\circ} \\
 &= \frac{\cos 5^\circ - \sin 45^\circ}{\frac{1}{2}(\cos 5^\circ - \cos 45^\circ)} = 2
 \end{aligned}$$

ตอบ 2

ข้อ 6.

$$\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{3}{2}$$

$$2\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin 2\theta = \frac{1}{2}$$

$$2\theta = 30^\circ$$

$$\theta = 15^\circ$$

ดังนั้น $\arccos(\tan 45^\circ) = \arccos(1) = 0$

ตอบ 0

ข้อ 7.

พิจารณาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง จะได้ $\frac{|2+(-1)+2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ซึ่งเป็นรัศมี

จากสมการวงกลม

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

จะได้

$$= (x^2 + ax + 4) + (y^2 + by + 1) + c - 5 = 0$$

$$= (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 - c$$

นั่นคือ

$$a = -4 \quad b = -2$$

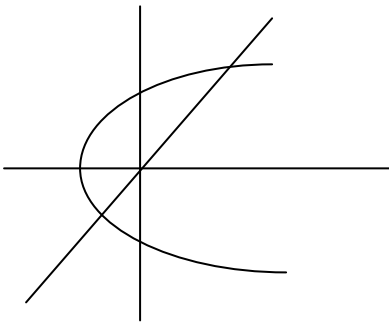
$$c - 5 = -\frac{9}{2}$$

$$c = 0.5$$

ดังนั้น $|a + b + c| = |-4 - 2 + 0.5| = 5.5$

ตอบ 5.5

ข้อ 8.



สมการพาราโบลา คือ

$$(y - h)^2 = 4c(x - k)$$

$$y^2 = 4(1)(x + 1)$$

$$y^2 = 4x + 4$$

พิจารณาคัดของสมการพาราโบลา กับเส้นตรง $x=y$

$$x^2 = 4x + 4$$

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+16}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

จุด P คือ $(2 + 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$ และ จุด Q คือ $(2 - 2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2})$

ระยะห่างระหว่างจุดทั้งสอง มีค่า

$$\begin{aligned} & \sqrt{2(2 + 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2})^2} \\ & = 4\sqrt{2}\sqrt{2} = 8 \end{aligned}$$

ตอบ 8

ข้อ 9.

$$\frac{\log x}{\log y} + \frac{4\log y}{\log x} = x$$

$$(\log x)^2 + 4(\log y)^2 = 4\log x \log y$$

$$(\log x)^2 - 4\log x \log y + 4(\log y)^2 = 0$$

$$(\log x - 2\log y)^2 = 0$$

$$\log x = 2\log y$$

$$\frac{\log x}{\log y} = 2$$

$$\log_y x = 2$$

ดังนั้น $\log_y x^3 = 3\log_y x = 3 \times 2 = 6$

ตอบ 6

ข้อ 10.

จาก

$$2^{\log_2(x-2)} + 2^{\log_2(x-3)} = 2^{\log 2}$$

Take log ;

$$\log_2 2^{\log(x-2)} + \log_2 2^{\log(x-3)} = \log_2 2^{\log 2}$$

$$\log(x-2) + \log(x-3) = \log 2$$

$$\log[(x-2)(x-3)] = \log 2$$

$$(x-2)(x-3) = 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 2$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 4)(x - 1) = 0$$

$$x = 1, 4$$

เมื่อแทน $x=1$ จะทำให้ $\log(x-2) = \log(-1)$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

ดังนั้น ตอบ 4

ตอบ 4

ข้อ 11.

จาก $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{adj}A$ และ $\text{adj}A = \text{Co}^t$

พิจารณา $\det A$

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ -3 & 8 & 0 & -3 & 8 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) = -8 - 24 - 32 - 6 = -70$$

พิจารณา $\text{Co}A$

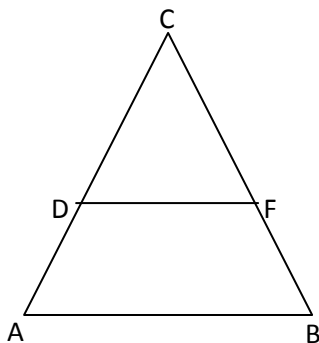
$$\text{Co}A = \begin{bmatrix} -8 & 3 & -14 \\ -10 & -5 & 0 \\ -31 & 12 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\text{Co}A^t = \begin{bmatrix} -8 & -10 & -31 \\ 3 & -5 & 12 \\ -14 & 0 & 14 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 1 ของ A^{-1} คือ $\frac{-14}{-70} = \frac{2}{10} = 0.2$

ตอบ 0.2

ข้อ 12.



$$\begin{aligned}
\overrightarrow{DF} &= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} \\
&= \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} \\
&= \frac{3}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} \\
&= \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \\
&= \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{BC}
\end{aligned}$$

จะได้ $\frac{a}{b} = \frac{3}{4} \times 12 = 9$

ตอบ 9

ข้อ 13.

เนื่องจาก $|w|^2 = z + 6$

ซึ่งเป็นจำนวนจริงทั้งหมด

กำหนดให้ $z=x$

$$\bar{w} = x - 2i$$

$$w = x + 2i$$

$$|w| = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$|w|^2 = x^2 + 4 = z + 6$$

ดังนั้น

$$x^2 + 4 = x + 6$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2, -1$$

เมื่อลองนำ $x=2$ กลับไปแทนพบว่าจะเป็นจริง ดังนั้น $\bar{w} = 2 - 2i, w = 2 + 2i$

จะได้

$$a + b = 2 + 2 = 4$$

ตอบ 4

ข้อ 14.

กำหนดให้ $x + 2y = m$

จะได้ว่า $x = m - 2y$

$$y = \frac{m-x}{2}$$

พิจารณา $\max(2x + y)$ เพื่อหา m ที่ทำให้เกิดค่า \max

$$\max(2x + y) = \max(2m - 3y) = 2m = 100 \quad \text{เนื่องจาก } y \geq 0$$

จะได้ $m=50 = a$

พิจารณา $\min(2x + y)$ เพื่อหา m ที่ทำให้เกิดค่า \min

$$\min(2x + y) = \min \frac{3x+m}{2} = \frac{m}{2} = 10 \quad \text{เนื่องจาก } x \geq 0$$

จะได้ $m=20 = b$

ดังนั้น $a+b = 50+20 = 70$

ตอบ 70

ข้อ 15.

$$a_{n+1} = a_n + d = a_1 + nd$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}^2 - a_n^2}{n} = 4$$

จะได้

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_1d + 2nd^2 - d^2}{n} = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_1d}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2nd^2}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d^2}{n} = 2d^2 = 4$$

$$d = \sqrt{2}$$

พิจารณา

$$\sqrt{\frac{a_{17}-a_9}{2}} = \sqrt{\frac{a_1+16d-a_1-8d}{2}} = \sqrt{\frac{8d}{2}} = \sqrt{4d} = 2\sqrt{\sqrt{2}}$$

ตอบ $2\sqrt{\sqrt{2}}$

ข้อ 16.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 12n + 27n + \dots + 3n^3}{1 + 8 + 27 + \dots + n^3} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n(1 + 4 + 9 + \dots + n^2)}{\frac{n^2(n+1)^2}{4}} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12(\sum n^2)}{n(n+1)^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)(2n+1)}{n(n+1)^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(2n+1)}{(n+1)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2}{n+1} \\ &= 4\end{aligned}$$

ตอบ 4

ข้อ 17.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x + c$$

พิจารณา

$$\int f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2} + cx \Big|_0^1$$

จะได้

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{2} + c = 0$$

$$c = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x + \frac{5}{12}$$

$$|f(1)| = \left| \frac{1}{3} - 1 + \frac{5}{12} \right| = \frac{1}{4}$$

ตอบ 0.25

ข้อ 18.

$$f'(x) = 2ax + \frac{1}{2} \frac{b}{\sqrt{x}}$$

$$2f'(1) = 2\left[2a + \frac{b}{2}\right] = 4a + b$$

$$f(1) = a + b$$

จะได้

$$4a + b = a + b$$

$$4a = a$$

$$a = 0$$

ดังนั้น

$$f(x) = b\sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{b}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{f(4)}{f'(9)} = \frac{2b}{\frac{b}{6}} = 2b \times \frac{6}{b} = 12$$

ตอบ 12

ข้อ 19.

$$f'(1) = 0$$

$$f''(x) = -4$$

$$f'(x) = -4x + c$$

$$f'(1) = -4 + c = 0$$

จะได้

$$c = 4$$

$$f'(x) = -4x + 4$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + c$$

$$f(1) = -2 + 4 + c = 2 + c$$

$$f(-1) = -2 - 4 + c$$

$$f(3) = -18 + 12 + c$$

$$f(-1) + f(3) = -24 + 12 + 2c = 0$$

$$2c = 12$$

$$c = 6$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 6$$

$$f(1) = -2 + 4 + 6 = 8$$

ตอบ 8

ข้อ 20.

เลือกของ 6 ชิ้น จากทั้งหมด 8 ชิ้น ได้ทั้งหมด $\binom{8}{6} = \frac{8!}{2!6!} = 28$ วิธี

สลัป 2 คน ดังนั้นได้รวมทั้งสิ้น $2 \times 28 = 56$ วิธี

ตอบ 56

ข้อ 21.

ทีมที่ 1 พบอีกทั้งหมด 6 ทีม

ทีมที่ 2 พบอีกทั้งหมด 5 ทีม

...

...

ทีมที่ 7 พบอีกทั้งหมด 1 ทีม

จะต้องจัดการแข่งขันทั้งสิ้น $6+5+4+3+2+1=21$ นัด

ตอบ 21

ข้อ 22.

จากโจทย์ จะได้ $\frac{x+y}{2} = \frac{24+x+y}{6}$

$$3x + 3y = 24 + x + y$$

$$x + y = 12 \quad \text{--(1)}$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่า 6

พิจารณาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย $\sum \frac{|x-\bar{x}|}{n} = \frac{8}{3}$

$$5 + 2 + 6 - x + y - 6 + 3 + 4 = 16$$

$$-x + y = 2 \quad \text{--(2)}$$

$$(1)+(2); \quad 2y = 14$$

$$y = 7$$

$$\text{นำค่า } y \text{ แทนใน (2);} \quad x = 5$$

$$\text{ดังนั้น } y - x \text{ มีค่า } 7 - 5 = 2$$

ตอบ 2

ข้อ 23.

$$Q_1 \text{ อยู่ตำแหน่ง } \frac{5+1}{4} = 1.5 \quad \text{นั่นคือค่าเฉลี่ยของ ตัวที่ 1 และ 2}$$

$$Q_3 \text{ อยู่ตำแหน่ง } 3\left(\frac{5+1}{4}\right) = 4.5 \quad \text{นั่นคือค่าเฉลี่ยของ ตัวที่ 4 และ 5}$$

$$Q_1 = \frac{x_1+x_2}{2} = 5 \text{ จะได้ } x_1 + x_2 = 10$$

$$Q_3 = \frac{x_4+x_5}{2} = 20 \text{ จะได้ } x_4 + x_5 = 40$$

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5} = 12$$

$$50 + x_3 = 60$$

$$x_3 = 10$$

$$\text{พิจารณาเดซิมาลที่ 5 อยู่ตำแหน่ง } 5\left(\frac{5+1}{10}\right) = 3 \text{ มีค่า } 10$$

ตอบ 10

ข้อ 24.

$$33.33 = \frac{(5 \times 4.5) + (10 \times 14.5) + (A \times 24.5) + (20 \times 34.5) + (10 \times 44.5) + (10 \times 54.5)}{55+A}$$

$$1833.15 + 33.33A = 1847.5 + 24.5A$$

$$8.33A = 14.35$$

$$A = 1.625 \text{ ประมาณ } 1$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนคนในหมู่บ้านนี้เท่ากับ } 55+1 = 56$$

ตอบ 56

ข้อ 25.

จากสมการปกติ คือ

$$Y = a + bX$$

จะได้

$$\sum y = \sum a + \sum bx = na + b \sum x$$

$$14 = 4a + 9b \quad \text{--(1)}$$

$$\sum xy = \sum ax + \sum bx^2 = a \sum x + b \sum x^2$$

$$37 = 9a + 23b \quad \text{--(2)}$$

(1)x9 ;

$$126 = 36a + 81b \quad \text{--(3)}$$

(2)x4 ;

$$148 = 36a + 92b \quad \text{--(4)}$$

(4)-(3) ;

$$22 = 11b$$

$$b = 2$$

จะได้

$$a = -1$$

ความสัมพันธ์ที่ได้คือ

$$Y = -1 + 2x$$

เมื่อ $x=10$ จะได้ $y = 19$



วางแผนแล้ววันนี้สำหรับหนังสือปรากฏการณ์แห่งปี

"สอบได้ไม่ต้องรอโชคช่วยด้วยสูตร 5-7-3-5"

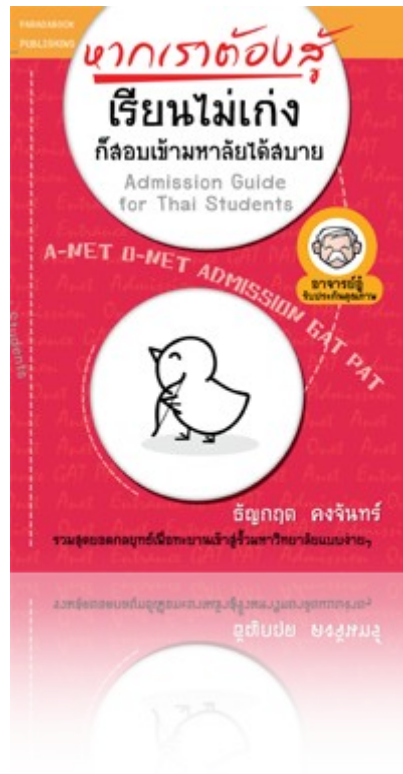
หนังสือที่ผู้เข้าสอบทุกคนควรมีไว้กันความผิดหวัง เขียนโดย อาจารย์อุ

"การเรียนเหมือนการวิ่งมาราธอน อาศัยความสม่ำเสมอเหนื่อยก็ผ่อน พลาดตรงนี้ก็ไปเติมตรงนั้น แต่การสอบเหมือนการวิ่งร้อยเมตร ไม่มีเวลาสำหรับความผิดพลาด"

หนังสือเล่มนี้จะเปิดเผยทุกกลเม็ด ทุกรายละเอียดเล็กน้อยที่หลายคนมองข้ามไป ได้ตั้งแต่การเตรียมตัว การวางแผนการอ่านหนังสือ การเตรียมร่างกาย และการเตรียมใจ อาจารย์อุมั่นใจว่า หากใครได้อ่านหนังสือเล่มนี้แล้ว ย่อมจะสอบได้แบบไม่ต้องรอให้โชคช่วยแต่อย่างใด

ในเล่มพบกับ สูตรเด็ดพิชิตการสอบ 5-7-3-5 รู้นิสัยของข้อสอบ อุปกรณ์ทำสอบที่ขาดไม่ได้ วิธีแบ่งเค้กข้อสอบ เทคนิคการเตรียมร่างกายและหัวใจ และเคล็ดลับอื่นอีกเพียบ

หาซื้อวันนี้ได้แล้วที่ ร้านนายอินทร์ ทุกสาขา และร้านหนังสือชั้นนำทั่วไป



อาจารย์อุชเชษฐาทุกท่านให้อ่าน ["หากเราต้องสู้ เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาวิทยาลัยได้สบาย"](#)เพื่อที่จะได้เตรียมตัวสอบอย่างถูกวิธี เปิดเผยทุกเคล็ดลับโดยผู้ผ่านการสอบมาแล้ว รวมสุดยอดกลยุทธ์ที่จะทำให้สอบได้คะแนนดีอย่างสบายๆและไม่เครียด หนังสือเล่มนี้นั้นได้รับการออกแบบให้รับกับการสอบ GAT PAT เรียบร้อยแล้ว

อยากรู้ว่าจะรับมือกับ GAT PAT อย่างไรต้องอ่าน

อยากรู้วิธีการเลือกคณะแบบไม่ผิดหวังต้องอ่าน

อยากรู้วิธีมีว้อย่างมีหลักการต้องอ่าน

อ่านแล้วจะสามารถประกาศให้โลกรู้ว่า เรียนไม่เก่ง ก็สอบติดมหาลัย (ชื่อดัง) ได้นะจ๊ะ

ชื่อหนังสือ - หากเราต้องสู้ เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาลัยได้สบาย

เขียนโดย - ธัญกฤต คงจันทร์

ราคา - 139 บาท

วางจำหน่ายที่ร้านนายอินทร์ และร้านหนังสือชั้นนำทั่วไป

เวลาไปถามหนังสือที่ร้านให้ถามว่า "หากเราต้องสู้" ก็พอครับ หาเจอแน่นอน

อ่านก่อนสอบนะครับ ถ้าอ่านหลังสอบเสียใจแย่เลย

อ่านแล้วจะได้รู้ว่า เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาวิทยาลัย (ชื่อดัง) ได้นะจ๊ะ



อีกเล่มที่ชอบ และอยากให้อ่านมากเช่นกัน (จริงแล้วอยากให้ซื้อให้คุณพ่อคุณแม่อ่าน จะได้เข้าหากัน สอบกัน เป็นทีม)

คือหนังสือ "เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย คำแนะนำไม่ให้พ่อแม่สติแตก"

อ่านแล้วคุณพ่อคุณแม่จะได้เข้าใจลูกๆมากขึ้น เข้าใจทั้งการสอบของลูก และเข้าใจทั้งการเลือกคณะของลูก ทำให้พูดจาภาษาเดียวกัน เวลาลูกสอบจะได้สอบได้อย่างสบายใจ

ชื่อหนังสือ - "เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย คำแนะนำไม่ให้พ่อแม่สติแตก"

เขียนโดย - อาจารย์อุ๋

ราคา - 159 บาท

วางจำหน่ายที่ร้านนายอินทร์และร้านหนังสือชั้นนำทั่วไป

เวลาไปถามหนังสือที่ร้าน ให้ถามว่า "เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย" ก็พอครับ หาเจอง่าย

ลูกๆอ่านเล่มแดง พ่อแม่ อ่านเล่มฟ้า รับรองว่าจะสอบด้วยความเบิกบานและผ่านฉลุยครับ

ขอให้ได้เรียนในสิ่งที่ฝันไว้ทุกคนครับ

อาจารย์อุ๋