

PAT 1 (เลข) สอบครั้งที่ 2/2552

เฉลยอย่างไม่เป็นทางการ โดย คุณแทน ศศิกานต์ เลิศล้ำเนาชัย  
ทีมงานอาจารย์อุ๊ขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

<http://teacheroooh.com>



**ข้อ 1.**

จาก  $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

จะได้ว่า  $\forall x[P(x)] \rightarrow \exists x[\sim Q(x)] \equiv \forall x[Q(x)] \rightarrow \exists x[\sim P(x)]$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 2.**

พิจารณา ข้อ 4.  $\exists x \exists y[(x - y)^2 \geq y^2 + 9xy]$

จะได้ว่า  $x^2 - 2xy + y^2 \geq y^2 + 9xy$

$$x^2 - 11xy \geq 0$$

$$x - 11y \geq 0$$

ซึ่งไม่มีค่า  $x$  และ  $y$  ที่อยู่ในจำนวนเต็มบวก และน้อยกว่า 10 ที่ทำให้สมการเป็นจริง

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 3.**

สมมติให้ผู้ต้องการศึกษาต่อ คือ A  $n(A)=725$

สมมติให้ผู้ต้องการทำงาน คือ B  $n(B)=160$

จากโจทย์จะได้  $n(A \cup B)=813$

จะได้  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$813 = 725 + 160 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 72$$

จำนวนผู้ที่ต้องการศึกษาต่อ และทำงานด้วยมีจำนวน 72 คน

**ตอบข้อ 2.**

ข้อ 4.

พิจารณาข้อ 4. พบว่า  $1 \in A$

$2 \in A$

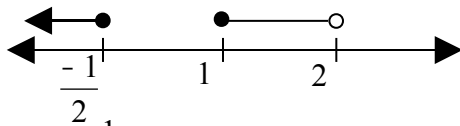
แต่  $3 \notin A$

ดังนั้น ข้อ 4. ผิด

ตอบข้อ 4.

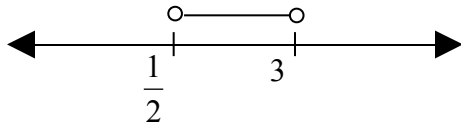
ข้อ 5.

พิจารณาหา เซต A



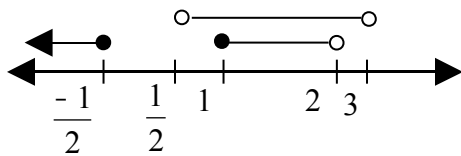
$$A = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, 2)$$

พิจารณาหา เซต B



$$B = (\frac{1}{2}, 3)$$

จะได้  $A \cap B$



$$A \cap B = [1, 2)$$

ดังนั้น  $c=1$  และ  $d=2$

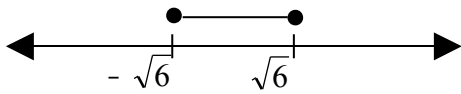
จะได้ว่า  $6c-d = 6-2=4$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 6.

$$\begin{aligned}(x^2 - 1)(x^2 - 3) \leq 15 &= x^4 - 4x^2 + 3 - 15 \leq 0 \\ &= x^4 - 4x^2 - 12 \leq 0\end{aligned}$$

$$= (x^2 - 6)(x^2 + 2) \leq 0$$



จะได้  $A = [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$

ดังนั้น  $a = -\sqrt{6}, b = \sqrt{6}$

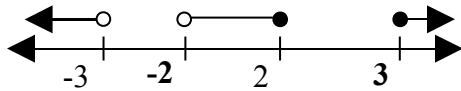
$$(b - a)^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{6})^2 = 24$$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 7.**

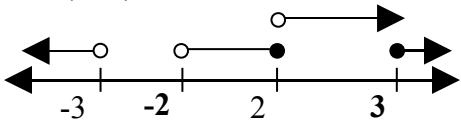
พิจารณา  $\frac{x^4 - 13x^2 + 36}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x^2 - 4)(x^2 - 9)}{(x + 3)(x + 2)} = \frac{(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)}{(x + 3)(x + 2)}$

จะได้



$$S = (-\infty, -3) \cup (-2, 2] \cup [3, \infty)$$

$S \cap (2, \infty)$  จะได้



$$= [3, \infty)$$

ดังนั้น  $a = 3, b = -2$

$$a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 8.**

พิจารณา

$$f(g(x)) = x^2 - 5$$

พิจารณา

$$g(f(x)) = (x - 5)^2$$

จะได้ว่า

$$x^2 - 5 = (x - 5)^2$$

$$x^2 - 5 = x^2 - 10x + 25$$

$$10x = 30$$

$$x = 3$$

ซึ่งจากโจทย์หมายถึง  $a = 3$

พิจารณาหา

$$(fg)(a) = f(a) \cdot g(a)$$

$$f(3) = 3 - 5 = -2$$

$$g(3) = 9$$

ดังนั้น

$$(fg)(a) = (-2)(9) = -18$$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 9.**

พิจารณา

$$f(a+b) = f(a-b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + a + b + 1 = a^2 - 2ab + b^2 + a - b + 1$$

$$4ab = -2b$$

$$a = -0.5$$

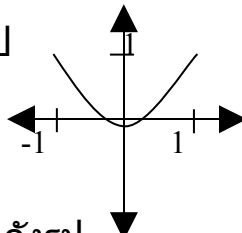
ดังนั้น

$$a^2 = 0.25 \quad \text{ซึ่งอยู่ในช่วง } (0, 0.5)$$

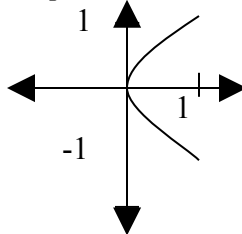
**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 10.**

จากโจทย์วาดกราฟได้ดังรูป



พิจารณา กราฟอินเวอร์สได้ดังรูป



ดังนั้น ก.ถูกต้อง

พิจารณา จุดตัดที่เกิดจากกราฟทั้งสอง

จะได้  $x^2 = \pm \sqrt{|x|}$

$$x^4 = x$$

และ  $x$  อยู่ในช่วง  $[0, 1]$

จะได้  $x = 0$  และ  $x = 1$

ดังนั้น ข.ถูกต้อง

ตอบข้อ 1.

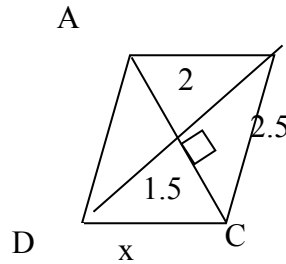
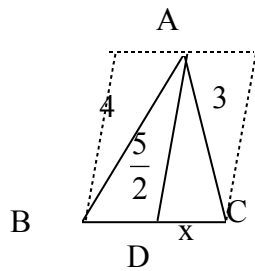
ข้อ 11.

พิจารณา

$$\begin{aligned}\left(\frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ}\right) &= \frac{\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ} \\ &= \frac{\sin(30^\circ - 10^\circ)}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 20^\circ}{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ} \\ &= \frac{2 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} \\ &= 2\end{aligned}$$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 12.



เมื่อพิจารณารูปจะพบว่า เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และเป็นสามเหลี่ยมคล้าย  
ดังนั้น BC จึงเป็นด้านหนึ่งของสามเหลี่ยมมุมฉากด้วย มีค่าเท่ากับ 5 หน่วย

ตอบข้อ 3.

ข้อ 13.

จาก  $\arcsin(5x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$

Take sin :  $\sin(\sin^{-1} 5x) \cos(\sin^{-1} x) + \cos(\sin^{-1} 5x) \sin(\sin^{-1} x) = 1$

$$5x \cos(\sin^{-1} x) + \cos(\sin^{-1} 5x)x = 1$$

$$5 \cos(\sin^{-1} x) + \cos(\sin^{-1} x) = \frac{1}{x}$$

$$\cos(\sin^{-1} 5x) = \frac{1}{x} - 5 \cos(\sin^{-1} 5x) \quad (1)$$

Take cos :  $\cos(\sin^{-1} 5x) \cos(\sin^{-1} x) - \sin(\sin^{-1} 5x) \sin(\sin^{-1} x) = 0$

$$\begin{aligned} \cos(\sin^{-1} 5x) \cos(\sin^{-1} x) &= 5x^2 \\ \cos(\sin^{-1} x) &= \frac{5x^2}{\cos(\sin^{-1} 5x)} \end{aligned} \quad (2)$$

นำ(1)แทนใน(2) จะได้  $\cos(\sin^{-1} x) = \frac{5x^2}{\frac{1}{x} - 5\cos(\sin^{-1} x)}$

$$\frac{\cos(\sin^{-1} x)}{x} - 5\cos^2(\sin^{-1} x) = 5x^2$$

$$\frac{\cos(\sin^{-1} x)}{x} = 5x^2 + 5(1 - \sin^2(\sin^{-1} x))$$

$$\frac{\cos(\sin^{-1} x)}{x} = 5$$

พิจารณา  $\tan(\arcsin x) = \frac{\sin(\sin^{-1} x)}{\cos(\sin^{-1} x)}$

$$= \frac{x}{\cos(\sin^{-1} x)}$$

$$= \frac{1}{5}$$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 14.**

พิจารณาเส้นตรง  $l_1, l_2$  ซึ่งสัมผัสวงกลมที่จุด P และ Q อีกทั้งมีเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง จุด P และจุด Q จึงทำให้ทราบได้ว่า เส้นตรงทั้งสองเส้นขนานกัน  
พิจารณาหาเส้นตรง  $l_2$  ซึ่งมีระยะห่างจาก เส้นตรง  $l_1 = 2\sqrt{20}$  (2 เท่าของรัศมีวงกลม)

จะได้ว่า  $2\sqrt{20} = \frac{|5 - c|}{\sqrt{1 + 4}}$

$$20 = |5 - c|$$

$$c = 25, -15$$

เมื่อพิจารณาจากรูปจะพบว่า  $c = -15$

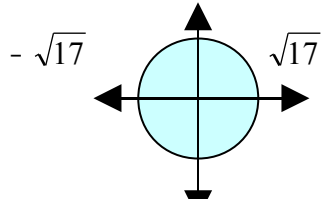
ดังนั้น  $l_2 : x - 2y - 15 = 0$

จะได้ (15,0) อยู่บนเส้นตรง  $l_2$

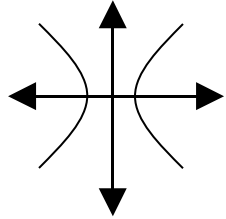
**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 15.**

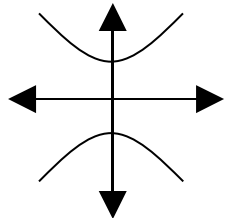
พิจารณา s จะได้กราฟดังรูป



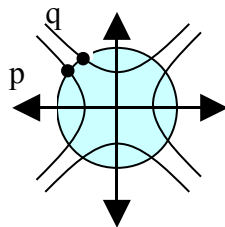
พิจารณา  $A$  จะได้กราฟดังรูป



พิจารณา  $B$  จะได้กราฟดังรูป



เมื่อนำทั้งสามกราฟมารวมกัน พิจารณาจุดที่อยู่ใกล้กันมากที่สุดของ  $S \cap A, S \cap B$  คือจุดดังรูป



พิจารณาหาจุด  $p$  จะได้ว่า

$$x^2 + y^2 = 17 \quad (1)$$

$$x^2 - y^2 = 1 \quad (2)$$

(1)+(2) :

$$2x^2 = 18$$

$$x = \pm 3$$

$$y = \pm 2\sqrt{2}$$

จะได้ทั้งหมด 4 จุด ให้จุด  $p$  คือ  $(-3, 2\sqrt{2})$

พิจารณาหาจุด  $q$  จะได้ว่า

$$x^2 + y^2 = 17 \quad (1)$$

$$y^2 - x^2 = 1 \quad (2)$$

(1)+(2) :

$$2y^2 = 18$$

$$y = \pm 3$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

จะได้ทั้งหมด 4 จุด ให้จุด  $q$  คือ  $(-2\sqrt{2}, 3)$

ระยะทางระหว่างจุด  $p$  และ  $q$  คือ  $\sqrt{(-3 + 2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2} - 3)^2}$

$$= \sqrt{9 - 12\sqrt{2} + 8 + 8 - 12\sqrt{2} + 9}$$

$$= \sqrt{34 - 24\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{34 - 2\sqrt{144}}$$

$$= 3\sqrt{2} - 4$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 16.

จาก  $y^2 = -8x$

$$y^2 = 4(-2)x$$

จะได้ว่า โฟกัส  $(-2, 0)$

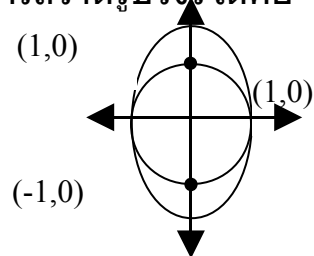
พิจารณาระยะทางระหว่างเส้นตรง  $2x + y = 6$  และจุดโฟกัส จะได้

$$\frac{|2(-2) + 1(0) + (-6)|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|-4 - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 17.

จากโจทย์สามารถวาดรูปวงรีได้คือ



จากรูปจะได้ว่า  $c = 1$

$$b = 1$$

ดังนั้น  $a = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

จะได้สมการวงรี คือ  $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$

จุดที่อยู่บนวงรี คือ  $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

ตอบข้อ 4.



**ข้อ 18.**

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{2}}(4-x) &= \log_2(9-4x) + 1 \\ \frac{\log_2(4-x)}{\log_2 \sqrt{2}} &= \log_2(9-4x) + \log_2 2 \\ \log_2(4-x)^2 &= \log_2 2(9-4x) \\ (4-x)^2 &= 18-8x \\ 16-8x+x^2 &= 18-8x \\ x^2 &= 2 \\ x &= -\sqrt{2}, \sqrt{2}\end{aligned}$$

ซึ่งคำตอบที่ได้อยู่ในช่วง  $[-2,2)$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 19.**

จาก

$$y=5x$$

จะได้ว่า

$$x^y = y^x$$

$$x^{5x} = (5x)^x$$

Take log

$$5x \log(x) = x \log(5x)$$

$$5 \log(x) = \log(5x)$$

$$5 \log(x) = \log(5) + \log(x)$$

$$4 \log(x) = \log(5)$$

$$x^4 = 5$$

$$x = \sqrt[4]{5} \approx 1.495$$

ซึ่งคำตอบอยู่ในช่วง  $[1,2)$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 20.**

จากโจทย์จะได้ว่า

$$\frac{\log d}{\log a} = 30$$

$$\log a = \frac{\log d}{30}$$

$$\frac{\log d}{\log b} = 50$$

$$\log b = \frac{\log d}{50}$$

จาก

$$\log_{abc} d = 15$$

$$\frac{\log d}{\log abc} = 15$$

$$\frac{\log d}{\log a + \log b + \log c} = 15$$

$$\frac{\log d}{\frac{\log d}{30} + \frac{\log d}{50} + \log c} = 15$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{\log c}{\log d}$$

$$\frac{\log c}{\log d} = \frac{1}{75}$$

$$\frac{\log d}{\log c} = 75 = \log_c d$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 21.

กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

จาก  $\det(A)=4$  จะได้  $ad - bc = 4$

จาก  $A-3I$  เป็นเมทริกซ์เอกพันธ์ แสดงว่า  $\det$  ไม่เท่ากับ 0 ดังนั้น

$$A - 3I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-3 & b \\ c & d-3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A - 3I) = (a-3)(d-3) - bc = 0$$

$$ad - 3a - 3d + 9 - bc = 0$$

$$3a + 3d = 13$$

พิจารณา  $A+3I$

$$A + 3I = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+3 & b \\ c & d+3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A + 3I) = (a+3)(d+3) - bc$$

$$= ad + 3a + 3d + 9 - bc$$

$$= 4 + 13 + 9 = 26$$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 22.

$$2x - 2y - z = 1 \quad (1)$$

$$x - 3y + z = 7 \quad (2)$$

$$-x + y - z = -5 \quad (3)$$

$$(2)+(3) : \quad -2y = 2$$

$$y = -1$$

$$(1)+(2) : 3x - 5y = 8$$

$$\text{แทนค่า } y \quad x = 1$$

$$\text{แทนค่า } x, y \quad z = 7 - x + 3y$$

$$z = 3$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1 + (-2) + 1 = 0$$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 23.**

$$\text{จาก} \quad 2A - B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A + 2B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1) \times 2 : \quad 4A - 2B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$(2)+(3) : \quad 5A = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(2)-A : \quad 2B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{พิจารณาหา} \quad AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\det(AB) = -4$$

$$\text{จะได้} \quad (AB)^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}$$

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 24.**

จากเวกเตอร์สองเวกเตอร์ตั้งฉากกันทำให้  $u \cdot v = 0$

$$(3\bar{u} + \bar{v})(\bar{u} + 3\bar{v}) = 0$$

$$3\bar{u}^2 + 10\bar{u}\bar{v} + 3\bar{v}^2 = 0$$

$$10\bar{u}\bar{v} = -6$$

พิจารณาหา  $5\bar{u} - \bar{v}$

$$(5\bar{u} - \bar{v})^2 = 25\bar{u}^2 - 10\bar{u}\bar{v} + \bar{v}^2$$

$$= 25 + 6 + 1 = 32$$

$$5\bar{u} - \bar{v} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 25.**

จัดรูปสมการใหม่จะได้  $(a - b)\bar{v} = (2a + 2b - 3)\bar{u}$

เนื่องจาก  $|\bar{u}\cdot\bar{v}| \neq |\bar{u}||\bar{v}|$

จะได้ว่า  $a - b = 0$  (1)

และ  $2a + 2b - 3 = 0$  (2)

(1)x2 :  $2a - 2b = 0$  (3)

(2)+(3) :  $4a - 3 = 0$

$$a = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น a อยู่ในช่วง  $[\frac{1}{2}, 1)$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 26.**

จาก  $z^4 + 1 = 0$

จะได้ว่า  $z^4 = -1$

$$z^2 = \sqrt{-1}$$

$$z^2 = i$$

$$z = \sqrt{i}$$

พิจารณา

$$\left|z + \frac{1}{z}\right|^2 = \left|\sqrt{i} + \frac{1}{\sqrt{i}}\right|^2$$

$$= \left|\frac{i+1}{\sqrt{i}}\right|^2$$

$$= \left|\frac{i^2 + 2i + 1}{i}\right|^2$$

$$= \left|\frac{2i}{i}\right|^2 = 2$$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 27.**

สมมติให้  $z_1 = a + bi$   
 $z_2 = c + di$   
 $|z_1 + z_2| = |(a + c) + (b + d)i|$   
 $= \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2} = 3$   
 $= (a + c)^2 + (b + d)^2 = 9$   
 $= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 9$   
 $\overline{z_1 \cdot z_2} = (a + bi)(c - di)$   
 $= (ac + bd) + (bc - ad)i$

จะได้ว่า  $ac + bd = 3$   
 $bc - ad = 4$

พิจารณา  $|z_1|^2 + |z_2|^2 = (a^2 + b^2) + (c^2 + d^2)$

จาก  $a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2 = 9$   
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 9 - 6$

ดังนั้น  $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 3$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 28.**

พิจารณาค่าตัดของทั้งสองสมการ

$$x + 2y = 40 \quad (1)$$

$$3x + 2y = 60 \quad (2)$$

$$(2) - (1): 2x = 20$$

$$x = 10$$

$$y = 15$$

พิจารณาค่า P สูงสุด จาก  $P = 5x + 4y$

$$P = 50 + 60 = 110$$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 29.**

จากสูตรลำดับเลขคณิต  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_n - a_1}{n} \right) = 5$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_1 + (n - 1)d - a_1}{n} \right) = 5$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n - 1)d}{n} \right) = 5$$

จะได้  $d = 5$

พิจารณา  $a_9 + a_5 = 100$   
 $a_1 + 8d + a_1 + 4d = 100$   
 $2a_1 + 60 = 100$   
 $a_1 = 20$

พิจารณา  $a_{100} = a_1 + 99d$   
 $a_{100} = 20 + 99(5) = 515$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 30.**

จาก  $\sum n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4}$

ดังนั้น  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^k}{n^4 + 2n^3 + n^2}\right) = A$  ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8n^k}{n^4 + 2n^3 + n^2}\right) = A$

จะได้  $k=4$  และ  $A=8$

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 31.**

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^4 - n^2} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2(n^2 - 1)}$   
 $= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2 - 1} - \frac{1}{n^2}\right)$

จากโจทย์ต้องการ  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

จะได้ว่า  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1} - A$

พิจารณา  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+1)}$   
 $= \frac{1}{2} \left(\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n+1}\right)$   
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \dots\right)$   
 $= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$

ดังนั้น  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{3}{4} - A$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 32.**

พิจารณา  $f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - 5x + c$

$$f(0) = c = 1$$

$$f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - 5x + 1$$

จากโจทย์ต้องการหา  $\int_{-1}^1 f(x) dx$

จะได้ว่า 
$$\int_{-1}^1 (x^3 + \frac{x^2}{2} - 5x + 1) dx$$
$$= \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{6} - \frac{5x^2}{2} + x \Big|_{x=-1}^{x=1}$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{5}{2} + 1 - (\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{5}{2} - 1)$$
$$= \frac{2}{6} + 2 = \frac{7}{3}$$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 33.

$$\begin{aligned}(fg + h)'(1) &= (fg)'(1) + (h)'(1) \\ &= f(1)g'(1) + f'(1)g(1) + h'(1) \\ &= (1)(2) + (2)(1) + 2 \\ &= 6\end{aligned}$$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 34.

พิจารณาหาความชันเส้นโค้งที่  $x=1$

$$y = 2x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$y' = 6x^2 - \left(\frac{-1}{2}x^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$y'(1) = 6 - \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{13}{2}$$

จะได้ความชันของเส้นตรง คือ  $\frac{-2}{13}$

พิจารณาจุดที่อยู่บนเส้นโค้ง เมื่อ  $x=1$

$$y(1) = 2 - 1 = 1$$

จุดตัดที่ได้คือ (1,1)

พิจารณาหาเส้นตรง ที่ผ่านจุด $(1,1)$  และมีความชันคือ  $-\frac{2}{13}$

$$1 = \frac{-2}{13} + c$$

$$c = \frac{15}{13}$$

จะได้  $y = \frac{-2}{13}x + \frac{15}{13}$

$$13y = -2x + 15$$

$$2x + 13y - 15 = 0$$

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 35.**

กรณี 1 ลงท้ายด้วยเลข 0 จะได้  $5 \times 4 \times 3 = 60$  วิธี

กรณี 2 ลงท้ายด้วยเลข 2 จะได้  $4 \times 4 \times 3 = 48$  วิธี

กรณี 3 ลงท้ายด้วยเลข 8 จะได้  $4 \times 4 \times 3 = 48$  วิธี

รวมทุกกรณีได้  $60 + 48 + 48 = 156$  วิธี

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 36.**

จากโจทย์ ต้องการหาจำนวนเต็มที่มีค่าตั้งแต่ 100 ถึง 999 ที่หารด้วย 2 ลงตัว แต่หารด้วย 3 ไม่ลงตัว

นั่นคือ จำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว – จำนวนเต็มที่หารด้วย 6 ลงตัว

พิจารณาหาจำนวนเต็มที่อยู่ในช่วงและ 2 หารลงตัว

$$a_1 = 100, a_n = 998, d = 2$$

$$998 = 100 + (n - 1)2$$

$$n - 1 = 449$$

$$n = 450$$

พิจารณาหาจำนวนเต็มที่อยู่ในช่วง และ 6 หารลงตัว

$$a_1 = 102, a_n = 996, d = 6$$

$$996 = 102 + (n - 1)6$$

$$n - 1 = 149$$

$$n = 150$$

ดังนั้น จำนวนที่ได้ทั้งหมดที่โจทย์ต้องการคือ  $450 - 150 = 300$  ตัว

**ตอบข้อ 3.**



**ข้อ 37.**

Sample space =  $C_{13,3} = 286$

Event :

กรณี 1 สตรอเบอร์รี่ ชอคโกแลต กาแฟ =  $5 \times 4 \times 2 = 40$  วิธี

กรณี 2 สตรอเบอร์รี่ ชอคโกแลต มินท์ =  $5 \times 4 \times 2 = 40$  วิธี

กรณี 3 สตรอเบอร์รี่ กาแฟ มินท์ =  $5 \times 2 \times 2 = 20$

กรณี 4 ชอคโกแลต กาแฟ มินท์ =  $4 \times 2 \times 2 = 16$

รวมทั้งหมด  $40+40+20+16 = 116$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ คือ  $\frac{116}{286} = \frac{58}{143}$

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 38.**

Sample space  $(C_{10,2})(C_{10,1}) = (45)(10) = 450$

Event : พิจารณาจุดที่เลือกจากเซต B พบว่าจะทำให้ค่าของส่วนสูง เป็น 1 คงที่เสมอ ดังนั้น ถ้าต้องการพื้นที่สามเหลี่ยม ที่มีขนาด 1 ตารางหน่วย ต้องได้ระยะทางระหว่างจุด 2 คู่ที่เลือกจากเซต A มีระยะทางห่างกัน 2 หน่วยจะได้คู่จุดที่เป็นไปได้คือ

กรณี 1 : (0,10)-(0,8) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 2 : (0,9)-(0,7) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 3 : (0,8)-(0,6) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 4 : (0,7)-(0,5) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 5 : (0,6)-(0,4) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 6 : (0,5)-(0,3) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 7 : (0,4)-(0,2) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

กรณี 8 : (0,3)-(0,1) และเซต B ทั้งหมด 10 จุด จะได้ 10 วิธี

รวมทั้งสิ้น 80 วิธี

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ คือ  $\frac{80}{450} = \frac{8}{45}$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 39.**

Sample space  $C_{18,2} = 153$

Event :

กรณี 1 : ถุงเท้าสีขาว  $C_{8,2} = 28$  วิธี

กรณี 2 : ถุงเท้าสีดำ  $C_{6,2} = 15$  วิธี

กรณี 3 : ถุงเท้าสีน้ำเงิน  $C_{4,2} = 6$  วิธี

รวมทั้งสิ้น  $28 + 15 + 6 = 49$  วิธี

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ คือ  $\frac{49}{153}$  วิธี

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 40.**

จาก  $sd = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2}$

จะได้ว่า  $5 = \frac{\sum x_i^2}{10} - 9$

$$\sum x_i^2 = 140$$

ผลรวมพื้นที่วงกลมทั้ง 10 วง คือ  $\pi \sum x_i^2 = 140\pi$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 41.**

จากโจทย์ทราบว่า มีนักเรียนทั้งสิ้น 150 คน

พิจารณาข้อ 1. มัธยมฐาน ต้องอยู่ในช่วงชั้นที่ 4 คือ 150-159 ดังนั้นข้อ 1. ผิด

พิจารณาข้อ 2. ฐานนิยม ต้องอยู่ในช่วงชั้นที่ 4 คือ 150-159 ดังนั้น ข้อ 2. ผิด

พิจารณาข้อ 3. ควอร์ไทล์ที่ 3 อยู่ในช่วงชั้นที่ 4

$$Q_3 = 149.5 + \left( \frac{\frac{150 \times 3}{4} - 70}{50} \right)$$

$Q_3 = 150.55$  ดังนั้น ข้อ 3. ถูก

พิจารณาข้อ 4. เปอร์เซนไทล์ที่ 20 อยู่ในช่วงชั้นที่ 2

$$P_{20} = 129.5 + \left( \frac{\frac{150 \times 20}{100} - 10}{20} \right)$$

$P_{20} = 130.5$  ดังนั้น ข้อ 4. ผิด

**ตอบข้อ 3.**

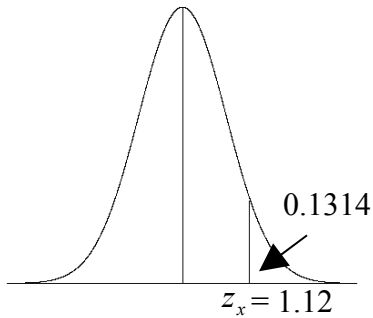
**ข้อ 42.**

จากโจทย์ มีจำนวนพนักงานที่ได้เงินเดือนมากกว่านายศอยู่ประมาณ 30% หมายถึง มีจำนวนพนักงานที่ได้เงินเดือนต่ำกว่านายศอยู่ประมาณ 70% แสดงว่า นายศ อยู่ในตำแหน่ง เดไซล์ที่ 7 มีเงินเดือน 25,000 บาท พิจารณาเงินเดือนนายเอก คือ  $40,000 - 25,000 = 15,000$  บาท จากตารางทำให้ทราบว่า นายเอกอยู่ในตำแหน่งเดไซล์ที่ 3 คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของจำนวนพนักงานที่ได้เงินเดือนน้อยกว่านายเอกคือ 30%

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 43.**

จากโจทย์บอกว่า 13.14% ของข้อมูลมีค่ามากกว่า  $x$  แสดงว่า  $z_x = 1.12$



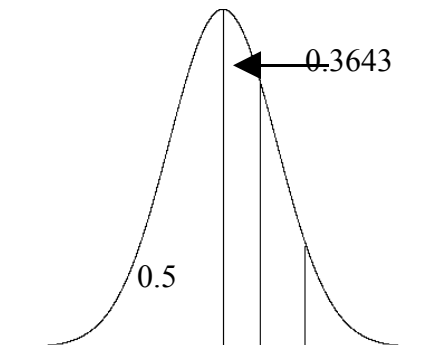
เนื่องจาก  $x$  มีค่ามากกว่า  $y$  อยู่ 2% ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นั่นคือ  $y = x - 0.02sd$

$$1.12 = \frac{x - \bar{x}}{sd} \quad (1)$$

$$z_y = \frac{y - \bar{x}}{sd}$$

$$z_y = \frac{x - 0.02sd - \bar{x}}{sd} \quad (2)$$

นำ (1) แทนใน (2) จะได้  $z_y = 1.12 - 0.02 = 1.1$



$$z_y = -1.10$$

$$z_x = 1.12$$

ดังนั้นจำนวนข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า  $y$  มีค่าเท่ากับ 86.43%

**ตอบ**

**ข้อ 3.**

**ข้อ 44.**

สมมติให้ค่า Z-score ของนายดำ คือ  $x$  และ Z-score ของนายแดง คือ  $-x$

จะได้ว่า

$$x = \frac{\text{score}_{black} - \bar{x}}{sd} \quad (1)$$

$$-x = \frac{\text{score}_{red} - \bar{x}}{sd} \quad (2)$$

(1)+(2) ;

$$0 = \frac{\text{score}_{black} + \text{score}_{red} - 2\bar{x}}{sd}$$

เนื่องจาก

$$\text{score}_{black} + \text{score}_{red} = 4sd \text{ จะได้}$$

$$0 = \frac{4sd - 2\bar{x}}{sd}$$

$$4sd = 2\bar{x}$$

จากสัมประสิทธิ์ความแปรผัน คือ  $\frac{sd}{\bar{x}}$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ความแปรผัน คือ  $\frac{2}{4} = 0.5$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 45.**

โจทย์กำหนดให้ว่า

$$s_x^2 = 1.75, \bar{x}_y = 0.5, \sum xy = 100, \sum x^2 = 200$$

จะได้

$$\sum y = 0.5 \times 100 = 50$$

$$s_x^2 = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$1.75 = \frac{200}{100} - \bar{x}^2$$

$$\bar{x}^2 = 0.25$$

$$\bar{x} = 0.5$$

จาก  $\sum x = 0.5 \times 100 = 50$

$$y = a + bx \quad (1)$$

Take sigma :

$$\sum y = \sum a + \sum bx$$

$$50 = 100a + 50b$$

$$1 = 2a + b \quad (2)$$

(1)xX :

$$xy = ax + bx^2$$

Take sigma :

$$\sum xy = \sum ax + \sum bx^2$$

$$100 = 50a + 200b$$

$$2 = a + 4b \quad (3)$$

(3)x2 :

$$4 = 2a + 8b \quad (4)$$

(4)-(2) :

$$3 = 7b$$

$$b = \frac{3}{7}$$

นำค่า b แทนในสมการ (4):

$$a = \frac{4 - \frac{24}{7}}{2}$$

$$a = \frac{2}{7}$$

จะได้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันคือ  $y = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}x$

พิจารณาหาค่า y เมื่อ x=4 จะได้  $y = \frac{2}{7} + \frac{12}{7} = 2$

**ตอบข้อ 4.**

**ข้อ 46.**

จากสมการพบว่า จะเท่ากันตลอด ขึ้นอยู่กับ n เท่านั้น  
 ดังนั้น ทดลองหาค่า n ที่มากที่สุดที่ทำให้สมการเป็นจริง  
 จะได้ n=3 นั่นคือให้

$$f(1)=3$$

$$f(2)=2$$

$$f(3)=1$$

ซึ่งทำให้  $f(1)+f(2)+f(3) = f(1)f(2)f(3)=6$

ดังนั้น  $f(1)-f(n)=3-1=2$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 47.**

จาก  $\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} = 1$

จะได้ว่า

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = 1$$

$$\frac{1}{a_2} = 1 - \frac{1}{a_1} \quad (1)$$

$$\therefore a_2 = \frac{a_1}{a_1 - 1}$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{a_3} = 1 - \frac{1}{a_2}$$

นำ(1)แทนใน(2)จะได้

$$1 - \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} = 1$$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_3} \quad \therefore a_1 = a_3$$

$$\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} = 1$$

$$1 - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_4} = 1_a$$

$$\frac{1}{a_2} = \frac{1}{a_4} \quad \therefore a_2 = a_4$$

จากทั้งหมดข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า

$$a_1 = a_3 = a_5 = a_7 = \dots$$

$$a_2 = a_4 = a_6 = a_8 = \dots$$

$$a_2 = \frac{a_1}{a_1 - 1}$$

จาก

จะได้ว่า

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100} = 250$$

$$50a_1 + 50a_2 = 250$$

$$a_1 + a_2 = 5$$

$$a_1 + \frac{a_1}{a_1 - 1} = 5$$

$$a_1^2 - a_1 + a_1 = 5a_1 - 5$$

$$a_1 = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

เมื่อ

$$a_1 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}, a_2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

เมื่อ

$$a_1 = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}, a_2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

พิจารณา  $|a_{2552} - 2.5|$

เมื่อ

$$a_2 = a_{2552} = \frac{5 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

จะได้

$$\begin{aligned} |a_{2552} - 2.5| &= \left| \frac{5 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} - \frac{5}{2} \right| \\ &= \left| \frac{10 + 2\sqrt{5} - 15 - 5\sqrt{5}}{2(3 + \sqrt{5})} \right| \\ &= \left| \left( \frac{-5 - 3\sqrt{5}}{2(3 + \sqrt{5})} \right) \left( \frac{3 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right) \right| \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

เมื่อ

$$a_2 = a_{2552} = \frac{5 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

จะได้

$$\begin{aligned} |a_{2552} - 2.5| &= \left| \frac{5 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} - \frac{5}{2} \right| \\ &= \left| \frac{10 - 2\sqrt{5} - 15 + 5\sqrt{5}}{2(3 - \sqrt{5})} \right| \\ &= \left| \left( \frac{-5 + 3\sqrt{5}}{2(3 - \sqrt{5})} \right) \left( \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \right) \right| \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

**ตอบข้อ 3.**

**ข้อ 48.**

$$A+B = C \quad (1)$$

$$B+C = 2A \quad (2)$$

(1)-(2);

$$A-C = C-2A$$

$$3A = 2C$$

(1)+(2);

$$A+2B = 2A$$

$$A = 2B$$

จะได้

$$A = 2B = \frac{2C}{3}$$

พิจารณาเงื่อนไข (1) พบว่า B จะมีค่ามากที่สุด เมื่อ  $C = 100$

ดังนั้น

$$2B = \frac{2C}{3}$$
$$2B = \frac{200}{3}$$
$$B = \frac{100}{3} \approx 33.33$$

B อยู่ในช่วง  $[0,40]$

**ตอบข้อ 1.**

**ข้อ 49.**

จากโจทย์เมื่อพิจารณาความเป็นไปได้ที่เกิดขึ้นมีดังนี้

ก ข ง ค จ

จ ข ง ค ก

พบว่า นายข จะเข้าเส้นชัย เป็นลำดับที่ 2 ในทุกกรณีที่ เป็นไปได้ตามโจทย์กำหนด

ส่วนข้อ 1. นาย ก เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1 นั้น พบว่า ไม่ได้เป็นจริงในทุกกรณี จึงถือว่าผิด

ส่วนข้อ 4. นาย จ เข้าเส้นชัยเป็นลำดับที่ 1 นั้น พบว่า ไม่ได้เป็นจริงในทุกกรณี จึงถือว่าผิด

**ตอบข้อ 2.**

**ข้อ 50.**

จากโจทย์เมื่อพิจารณาความเป็นไปได้ที่เกิดขึ้นมีดังนี้

- ง ข ค - ได้คะแนน 6 คะแนน

- ง ข ค - ได้คะแนน 6 คะแนน

- ข - - - ได้คะแนน 8 คะแนน

- ข - - - ได้คะแนน 8 คะแนน

- ข - - - ได้คะแนน 8 คะแนน

- ข - - - ได้คะแนน 8 คะแนน

คะแนนรวมของนายข คือ  $6+6+8+8+8+8=44$  คะแนน

**ตอบข้อ 3.**



ทุกคนครับ

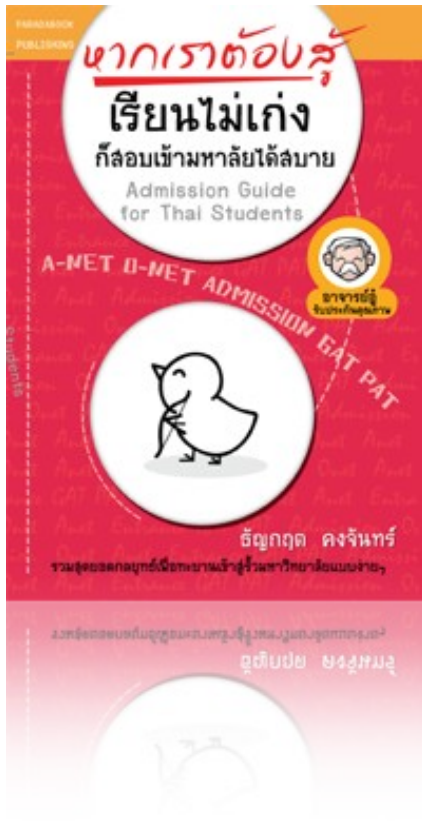
การสอบนั้น ได้คือปลานใกล้เข้ามาอย่างช้าๆ

แต่หลายคนยังเตรียมตัวไม่พร้อม และหลายคนก็ยังออกอาการหัวใจอยู่ รวมไปถึงคุณพ่อคุณแม่ของนักเรียนหลายคนก็ยังคงอยู่ในภาวะสติแตก

จะเตรียมตัวอย่างไร จะอ่านหนังสือเล่มไหนดี ทำอย่างไรจึงจะทำคะแนนได้ดี จะเลือกคณะอย่างไร ทั้งหมดนี้คงจะวนเวียนอยู่ในหัวของใครหลายคนเป็นแน่

ทั้งข้อสอบที่ว่ายาก ก็เล่นเอาหลายคนท้อแท้ และหมดกำลังใจ

อาจารย์จึงขอเชิญทุกท่านให้อ่าน ["หากเราต้องสู้ เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาวิทยาลัยได้สบาย"](#) เพื่อที่จะได้เตรียมตัวสอบอย่างถูกวิธี เปิดเผยทุกเคล็ดลับโดยผู้ที่ผ่านการสอบมาแล้ว รวมถึงยอดดกกลยุทธ์ที่จะทำให้สอบได้คะแนนดีอย่างสบายๆและไม่เครียด หนังสือเล่มนี้นั้นได้รับการออกแบบให้รับกับการสอบ GAT PAT เรียบร้อยแล้ว



อยากรู้ว่าจะรับมือกับ GAT PAT อย่างไรต้องอ่าน

อยากรู้วิธีการเลือกคณะแบบไม่ผิดพลาดต้องอ่าน

อยากรู้วิธีมีไหวอย่างมีหลักการต้องอ่าน

อ่านแล้วจะสามารถประกาศให้โลกรู้ว่า เรียนไม่เก่ง ก็สอบติดมหาลัย (ชื่อดัง) ได้นะจ๊ะ

อ่านแล้วทุกคนจะได้แง่คิดดีๆ ทั้งเกี่ยวกับการสอบเข้าโดยตรง และ มุมมองต่อชีวิต

ชื่อหนังสือ - หากเราต้องสู้ เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาลัยได้สบาย

เขียนโดย - ฉัญญกฤต คงจันทร์

ราคา - 139 บาท

ISBN - 9786169034605

เวลาไปถามหนังสือที่ร้านให้ถามว่า "หากเราต้องสู้" ก็พอครับ หาเจอแน่นอน

อ่านก่อนสอบนะครับ ถ้าอ่านหลังสอบเสียใจแย่เลย

อ่านแล้วจะรู้ว่า เรียนไม่เก่งก็สอบเข้ามหาวิทยาลัย (ชื่อดัง) ได้แน่จ๊ะ



อีกเล่มที่ขอแถม และอยากให้อ่านมากเช่นกัน (จริงแล้วอยากให้ซื้อให้คุณพ่อคุณแม่อ่าน จะได้เข้าหากัน สอบกันเป็นทีม)

คือหนังสือ ["เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย คำแนะนำไม่ให้พ่อแม่สติแตก"](#)

อ่านแล้วคุณพ่อคุณแม่จะได้เข้าใจลูกๆมากขึ้น เข้าใจทั้งการสอบของลูก และเข้าใจทั้งการเลือกคณะของลูก ทำให้พูดจาภาษาเดียวกัน เวลาลูกสอบจะได้สอบได้อย่างสบายใจ

ชื่อหนังสือ - "เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย คำแนะนำไม่ให้พ่อแม่สติแตก"

เขียนโดย - อาจารย์อู๋

ราคา - 159 บาท

เวลาไปถามหนังสือที่ร้าน ให้ถามว่า "เมื่อลูกสอบเข้ามหาวิทยาลัย" ก็พอครับ หาเจอง่าย

ลูกๆอ่านเล่มแดง พ่อแม่ อ่านเล่มฟ้า รับรองว่าจะสอบด้วยความเบิกบานและผ่านฉลุยครับ

ขอให้ได้เรียนในสิ่งที่ฝันไว้ทุกคนครับ

อาจารย์อู๋

