ข้อสอบ PAT 1 (มี.ค.53)

1. กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ใดๆ
ข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็น**<u>เท็จ</u>**

   1. $(p \Rightarrow q) \vee p$
   2. $(\sim p \wedge p) \Rightarrow q$
   3. $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
   4. $(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

2. ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

   1. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือ $\{-1, 0, 1\}$
   ค่าความจริงของ $\forall x \exists y[x^2 + x = y^2 + y]$ เป็นเท็จ
   2. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง
   ค่าความจริงของ $\exists x[3^x = \log_3 x]$ เป็นจริง
   3. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง
   นิเสธของข้อความ $\forall x \exists y[(x > 0 \wedge y \leq 0) \wedge (xy < 0)]$
   คือ $\exists x \forall y[(xy < 0) \Rightarrow (x \leq 0 \vee y > 0)]$
   4. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม
   นิเสธของข้อความ $\forall x[x > 0 \Rightarrow x^3 \geq x^2]$
   คือ $\exists x[(x \leq 0) \wedge (x^3 < x)]$

3. ให้ $A = \{1, \{1\}\}$ และ $P(A)$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A
ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

   1. จำนวนสมาชิกของ $P(A) - A$ เท่ากับ 3
   2. จำนวนสมาชิกของ $P(P(A))$ เท่ากับ 16
   3. $\{\{1\}\} \in P(A) - A$
   4. $\{\varnothing, A\} \in P(A)$

4. กำหนดให้ $A = \{x \in R \mid \sqrt{x^2-6x+9} \le 4\}$

เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. $A' = \{x \in R \mid |3-x| > 4\}$
2. $A' \subset (-1, \infty)$
3. $A = \{x \in R \mid x \le 7\}$
4. $A \subset \{x \in R \mid |2x-3| < 7\}$

5. กำหนดให้ $y_1 = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 1

$y_2 = f(y_1)$, $y_3 = f(y_2)$, ...

$y_n = f(y_{n-1})$ สำหรับ $n = 2, 3, 4, ...$

$y_{2553} + y_{2010}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{x-1}{x+1}$
2. $\frac{x^2+1}{x-1}$
3. $\frac{x^2+1}{2x}$
4. $\frac{1+2x-x^2}{x-1}$

6. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริงไปยังเซตของจำนวนจริง โดยที่

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-4} \text{ และ } g(x) = \sqrt{f(x)} - \sqrt{x-1}$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $D_g = (2, \infty)$

ข. ค่าของ $x > 0$ ที่ทำให้ $g(x) = 0$ มีเพียง 1 ค่าเท่านั้น

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

7. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\sin x + \cos x = a$ และ $\sin x - \cos x = b$

แล้วค่าของ $\sin 4x$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{2}(a^3b - ab^3)$
2. $\frac{1}{2}(ab^3 - a^3b)$
3. $ab^3 - a^3b$
4. $a^3b - ab^3$

8. กำหนดให้วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$

แล้วไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสทั้งสองของวงรีและผ่านจุด $(-3, 1 + \sqrt{8})$

มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $5y^2 - 4x^2 - 10\sqrt{8}\,y - 32x - 25 = 0$
2. $3y^2 - 2x^2 - 6\sqrt{8}\,y - 8x + 15 = 0$
3. $y^2 - 4x^2 - 2y - 16x - 19 = 0$
4. $y^2 - 7x^2 - 2y - 28x - 28 = 0$

9. จุด A(–3, 1) B(1, 5) C(8, 3) และ D(2, –3) เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยม ABCD

ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1. ด้าน AB ขนานกับ ด้าน DC
2. ผลบวกความยาวของด้าน AB กับ DC เท่ากับ $10\sqrt{2}$ หน่วย
3. ระยะตั้งฉากจากจุด A ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด D มีค่าเท่ากับ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ หน่วย
4. ระยะตั้งฉากจากจุด B ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด D มีค่าเท่ากับ $\frac{9}{2}$ หน่วย

10. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงบวกและ $y \neq 1$

ถ้า $\log_y 2x = a$ และ $2^y = b$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{2}(\log_2 b)^a$
2. $2(\log_2 b)^a$
3. $\frac{a}{2}(\log_2 b)$
4. $2a(\log_2 b)$

11. เซตคำตอบของอสมการ $72^x + 72 < 2^{3x+3} + 3^{2x+2}$ เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

    1. $(\log_8 7,\ \log_9 8)$
    2. $(\log_9 8,\ \log_8 9)$
    3. $(\log_8 9,\ \log_7 8)$
    4. $(\log_9 10,\ \log_8 9)$

12. ถ้าสมการ $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก แล้วค่าของ a ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงข้อใดต่อไปนี้

    1. $(-\infty, -3)$
    2. $(-3, 0)$
    3. $(0, 1)$
    4. $(1, 3)$

13. กำหนดให้ $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$ เมื่อ $x \neq 0$ และ $x \neq 1$ ถ้า $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ แล้ว $f(\sec^2\theta)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

    1. $\sin^2\theta$
    2. $\cos^2\theta$
    3. $\tan^2\theta$
    4. $\cot^2\theta$

14. ให้ $\bar{a}$ และ $\bar{b}$ เป็นเวกเตอร์ กำหนดโดย $\bar{a} = \bar{i} + \frac{1}{2}\bar{j} - 3p\bar{k}$ และ $\bar{b} = -2p\bar{i} + 2\bar{j} + p\bar{k}$ เมื่อ p เป็นจำนวนจริง ถ้า $\bar{a}$ ตั้งฉากกับ $\bar{b}$ และขนาดของ $\bar{b}$ เท่ากับ 3 แล้ว ค่าของ p อยู่ในช่วงข้อใดต่อไปนี้

    1. $(-3, -\frac{3}{2})$
    2. $(-\frac{3}{2}, 0)$
    3. $(0, \frac{3}{2})$
    4. $(\frac{3}{2}, 3)$

15. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี A(0, 0) และ B(2, 2) เป็นจุดยอด และ C(x, y) เป็นจุดยอดในจตุภาค (quadrant) ที่ 2 ที่ทำให้ด้าน AC ยาวเท่ากับด้าน BC ถ้าพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับ 4 ตารางหน่วย แล้วจุด C อยู่บนเส้นตรงในข้อใดต่อไปนี้

    1. $x-y+4=0$
    2. $4x+3y-1=0$
    3. $2x-y-3=0$
    4. $x+y-5=0$

16. ให้ $Z_1, Z_2, Z_3, \ldots$ เป็นลำดับของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

    $Z_1 = 0,$

    $Z_{n+1} = Z_n^2 + i$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \ldots$ เมื่อ $i = \sqrt{-1}$

    ค่าสัมบูรณ์ของ Z_{111} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

    1. 1
    2. $\sqrt{2}$
    3. $\sqrt{3}$
    4. $\sqrt{110}$

17. ผลบวกของอนุกรม $3+\frac{11}{4}+\frac{33}{16}+\wedge+\frac{3^n+2^n-2}{4^{n-1}}+\ldots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

    1. $\frac{20}{3}$
    2. $\frac{29}{3}$
    3. $\frac{31}{3}$
    4. $\frac{40}{3}$

18. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $f: R \to R$ และ $g: R \to R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}}$, $g(1) = 8$ และ $g'(1) = \frac{2}{3}$ ค่าของ $(fog)'(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

    1. $\frac{1}{3}$
    2. $\frac{2}{3}$
    3. 1
    4. $\frac{4}{3}$

19. กล่องใบหนึ่งบรรจุเสื้อยืด 13 สีๆ ละ 4 ตัว โดยที่ เสื้อยืดในแต่ละสีมีขนาด S, M, L และ XL ตามลำดับ สุ่มหยิบเสื้อจากกล่องมา 3 ตัวพร้อมๆ กัน ความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อยืดมีสีเหมือนกัน 2 ตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

    1. $\frac{72}{425}$
    2. $\frac{72}{5525}$
    3. $\frac{3}{221}$
    4. $\frac{3}{22100}$

20. กำหนดให้ S เป็นแซมเปิลสเปซ และ A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ใน S จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

    ก. $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$

    ข. ถ้า $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ และ $P(A \cup B') = 0.7$ แล้ว $P(A - B) = 0.4$

    ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

    1. ก. ถูก และ ข. ถูก
    2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
    3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
    4. ก. ผิด และ ข. ผิด

21. นักเรียนห้องหนึ่งสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 40 คะแนน ถ้านักเรียนชายสอบได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต 35 คะแนนและนักเรียนหญิงสอบได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต 50 คะแนน อัตราส่วนของนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิงตรงกับข้อใดต่อไปนี้

    1. 3 : 2
    2. 2 : 3
    3. 2 : 1
    4. 1 : 2

22. กำหนดให้ $A = 7^{(7^7)}$, $B = 7^{77}$, $C = 77^7$ และ $D = (77^7)^7$

    ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

    1. $B < A < C < D$
    2. $B < C < A < D$
    3. $C < B < D < A$
    4. $C < A < D < B$

23. จำนวนต่อไปนี้ เรียกว่า "จำนวน PAT"

16325, 34721, 12347, 52163, 90341, 50381

จำนวนต่อไปนี้ **ไม่เป็นจำนวน PAT**

2564, 12345, 854, 12635, 34325, 45026

ข้อใดต่อไปนี้เป็น "**จำนวน PAT**"

1. 75401
2. 13562
3. 72341
4. 83051

24. ให้ N แทนเซตของจำนวนนับ

กำหนดให้ $a * b = a^b$ สำหรับ $a, b \in N$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

สำหรับ $a, b, c \in N$

ก. $a * b = b * a$

ข. $(a * b) * c = a * (b * c)$

ค. $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$

ง. $(a + b) * c = (a * c) + (b * c)$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1. ถูก 2 ข้อคือ ข. และ ค.
2. ถูก 2 ข้อคือ ค. และ ง.
3. ถูก 1 ข้อคือ ค.
4. ก. ข. ค. และ ง. ผิดทุกข้อ

25. นายชัดแจ้งได้ทราบข้อมูลของคน 5 คน คือ A, B, C, D และ E ดังนี้

A บอกว่า "C และ D พูดโกหก"

B บอกว่า "A และ C เป็นคนพูดจริง"

C บอกว่า "D พูดโกหก"

D บอกว่า "E พูดโกหก"

E บอกว่า "B พูดโกหก"

จากข้อมูลดังกล่าวท่านจะช่วยนายชัดแจ้งค้นหาว่าใครบ้างเป็นคนพูดจริงและใครบ้างเป็นคนพูดเท็จ

1. A, B, D พูดเท็จ C และ E พูดจริง
2. B และ D พูดเท็จ A และ C พูดจริง
3. A, B และ C พูดเท็จ D และ E พูดจริง
4. B และ E พูดเท็จ A และ C พูดจริง

26. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ

ถ้า $n(A \cup B \cup C) = 91$, $n(A \cap B' \cap C') = 11$,

$n((B - A) \cap (B - C)) = 15$, $n(A \cap B \cap C) = 20$

$n((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)) = 47$ และ $n(C) = 59$

แล้ว $n(A' \cap B' \cap C)$ เท่ากับเท่าใด

27. ถ้า $S = \{x \in R \mid \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}\}$

เมื่อ R แทนเซตของจำนวนจริง

แล้ว ผลบวกของสมาชิกใน S เท่ากับเท่าใด

28. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเฉพาะบวกที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10

B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10

และ C เป็นเซตของฟังก์ชัน $f : A \to B$ ทั้งหมดที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

และ ห.ร.ม. ของ a และ f(a) ไม่เท่ากับ 1 สำหรับทุกค่า $a \in A$ จำนวนสมาชิกในเซต C เท่ากับเท่าใด

29. ให้ α และ β เป็นมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

ถ้า $\cos\left(\arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) + \sin\left(\arccos\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) = 1$

แล้ว $\sin\beta$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

30. ค่าของ $\frac{\cos 36^\circ - \cos 72^\circ}{\sin 36^\circ \tan 18^\circ + \cos 36^\circ}$ เท่ากับเท่าใด

31. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 2×2 โดยที่

$$2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ และ } A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

ค่าของ $\det(A^4B^{-1})$ เท่ากับเท่าใด

32. ให้ x, y, z และ w สอดคล้องกับสมการ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & -1 \\ z & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}$$

ค่าของ $4w - 3z + 2y - x$ เท่ากับเท่าใด

33. ให้ $\bar{u}$, $\bar{v}$ และ $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ กำหนดโดย

$\bar{u} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{v} = 2\bar{i} - d\bar{j} + \bar{k}$, $\bar{w} = a\bar{i} + b\bar{j} + c\bar{k}$ เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\bar{u}\cdot\bar{w} = 2$, $\bar{u}\cdot(\bar{v}+\bar{w}) = 3$, $\bar{v}+\bar{w} = \bar{i} + q\bar{j} + r\bar{k}$ เมื่อ q, r เป็น

จำนวนจริง และ $\bar{w}$ ขนานกับ $-\frac{2}{3}\bar{i} + \frac{1}{2}\bar{j} + \frac{1}{3}\bar{k}$

แล้วค่าของ $a + 4b + 2c$ เท่ากับเท่าใด

34. ให้ Z_1 และ Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ และ $\overline{Z}_2$ แทนสังยุค (conjugate) ของ Z_2

ถ้า $5Z_1 + 2Z_2 = 5$ และ $\overline{Z}_2 = 1 + 2i$ เมื่อ $i^2 = -1$ แล้ว

ค่าของ $\left|5Z_1^{-1}\right|$ เท่ากับเท่าใด

35. ถ้า $\{a_n\}$ เป็นลำดับของจำนวนจริงที่

$a_n = \frac{2+4+6+K+2n}{n^2}$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

แล้ว $\lim_{n\to\infty} a_n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

36. กำหนดให้ $S_n = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{k}\,(k+1)+k\sqrt{k+1}}\right)$ สำหรับ n = 1, 2, 3, ...

ค่าของ $\lim_{n\to\infty} S_n$ เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่งกำหนดโดย

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x-2}{x-2} & , \ x<2 \\ a-b & , \ x=2 \\ x^2+ax+1 & , \ x>2 \end{cases}$$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริงแล้ว
ค่าของ a^2+b^2 เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $f: R \to R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่
$f'(x) = 3\sqrt{x}+5$ สำหรับทุกจำนวนจริง x และ $f(1) = 5$
แล้วค่าของ $\lim\limits_{x\to 4} \frac{f(x^2)-2}{f(x)}$ เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $f: R \to R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่
$f''(x) = 6x+4$ สำหรับทุกจำนวนจริง x และ ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด (2, 19) เท่ากับ 19 แล้ว ค่าของ f(1) เท่ากับเท่าใด

40. กำหนดให้ A = {0, 1, 2, 3, 4} จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 300 โดยสร้างมาจากตัวเลขในเซต A และตัวเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน เท่ากับเท่าใด
41. คณะกรรมการชุดหนึ่งมี 7 คน ประกอบด้วยประธาน รองประธาน เลขานุการและกรรมการอีก 4 คน จำนวนวิธีที่จัดกลุ่มคน 7 คนนี้นั่งประชุมรอบโต๊ะกลม โดยให้ประธานและรองประธานนั่งติดกันเสมอ แต่เลขานุการไม่นั่งติดกับรองประธานเท่ากับเท่าใด
42. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 72 คะแนน ความแปรปรวน (ประชากร) เท่ากับ 600 ถ้ามีนักเรียนมาเพิ่มอีก 1 คน ซึ่งสอบได้ 60 คะแนน ทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปเป็น 70 คะแนน ความแปรปรวนของข้อมูลชุดใหม่เท่ากับเท่าใด
43. จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 4 คน มี 2 คน น้ำหนักเท่ากันและหนักน้อยกว่าอีก 2 คนที่เหลือ ถ้าฐานนิยม มัธยฐานและพิสัยของน้ำหนักของนักเรียน 4 คนนี้คือ 45, 46 และ 6 กิโลกรัม ตามลำดับ แล้วความแปรปรวนของน้ำหนักของนักเรียน 4 คนนี้เท่ากับเท่าใด
44. ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ถ้าสอบได้คะแนน 700 คะแนน แปลงคะแนนเป็นค่ามาตรฐานได้ 4 แต่ถ้าสอบได้ 400 คะแนน แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้ –2 แล้วสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับร้อยละเท่าใด

45. ถ้าในปีหนึ่ง เดือนสิงหาคมมีวันจันทร์เพียง 4 วัน และวันศุกร์เพียง 4 วันเท่านั้น แล้ววันที่ 20 สิงหาคม ในปีนี้จะตรงกับวันอะไร
(วันจันทร์ให้ระบายตัวเลข 1 วันอังคารให้ระบายตัวเลข 2
วันพุธให้ระบายตัวเลข 3 วันพฤหัสบดีให้ระบายตัวเลข 4
วันศุกร์ให้ระบายตัวเลข 5 วันเสาร์ให้ระบายตัวเลข 6
วันอาทิตย์ให้ระบายตัวเลข 7)

46. มีกองลูกหินสีดำจำนวน 221 ลูก และกองลูกหินสีขาวจำนวน 260 ลูก ต้องการแบ่งลูกหินทั้งสองกองนี้ออกเป็นกองเล็กๆ โดยที่
(1) แต่ละกองมีสีเดียวกัน
(2) ลูกหินแต่ละกองมีจำนวนเท่ากัน
ถ้าต้องการให้จำนวนลูกหินในกองเล็กๆ เหล่านี้มีจำนวนมากที่สุด แล้วจะแบ่งได้กี่กอง

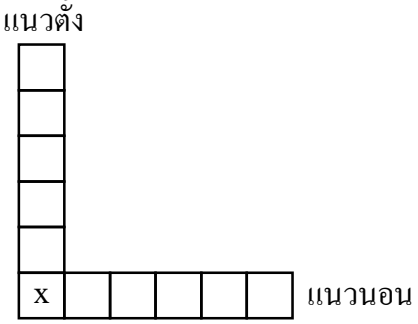
47. กำหนดให้ R เป็นเซตจำนวนจริง

> **บทนิยาม** ให้ $f : R \to R$ และ $g : R \to R$ เป็นฟังก์ชันใดๆ
> กำหนดการดำเนินการ $\otimes$ ของ f และ g ดังนี้
> $$(f \otimes g)(x) = f(g(x)) - g(f(x))$$
> สำหรับทุกจำนวนจริง x

ถ้า $f(x) = x^2 - 1$ และ $g(x) = 2x + 1$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
แล้ว $(f \otimes g)(1)$ เท่ากับเท่าใด

48. ถ้า a, b, c, d เป็นตัวเลขโดดที่แตกต่างกันที่ทำให้จำนวนเต็ม 4 หลัก dcba เท่ากับ 9 เท่าของ abcd แล้ว b เท่ากับเท่าใด

49. พิจารณารูปต่อไปนี้



ให้เติมจำนวนเต็มบวก 1, 2, 3,....., 11 ลงในช่องรูปสี่เหลี่ยม ช่องละ 1 จำนวน โดยให้ผลบวกของจำนวนในแนวตั้งเท่ากับ 43 และผลบวกของจำนวนในแนวนอน เท่ากับ 28 จำนวน x ในช่องรูปสี่เหลี่ยมมุม เท่ากับเท่าใด

50. พิจารณาการจัดเรียงลำดับของจำนวน 2, 3, 4, 5, 6,..... ในตารางดังต่อไปนี้

แถวที่					
1		9		17	…
2	2	8	10	16	…
3	3	7	11	15	…
4	4	6	12	14	…
5	5		13		…

จำนวน 2400 อยู่ในแถวที่เท่าใด

****

เฉลยข้อสอบ PAT 1 (มี.ค.53)

ข้อ 1 ตอบ 4

วิธีทำ

คำตอบ 1 $\sim p \vee q \vee p \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$

คำตอบ 2 $F \rightarrow q \equiv T$

คำตอบ 3 $\equiv \sim((p \rightarrow q) \wedge p) \vee q$

$\equiv \sim(p \rightarrow q) \vee \sim p \vee q$

$\equiv \sim(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$ $\sim A \vee A \equiv T$

$\equiv T$

คำตอบ 4 $\equiv \sim(\sim p) \vee q \leftrightarrow \sim(p \vee q)$

$\equiv (p \vee q) \leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv F$

$A \leftrightarrow \sim A \equiv F$

ข้อ 2 ตอบ 3

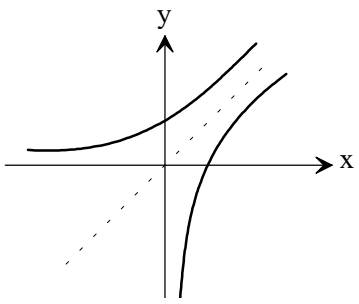
วิธีทำ

ข้อ 1 ผิด $x = -1, y = -1$ $(-1)^2 + (-1) = (-1)^2 + (-1)$ T

$x = 0, y = 0$ $0^2 + 0 = 0^2 + 0$ T

$x = 1, y = 1$ $1^2 + 1 = 1^2 + 1$ T

ข้อ 2 ผิด



$y = 3^x$ และ $y = \log_3 x$ ไม่ตัดกันแน่

$\therefore$ ไม่มี x ใดที่ทำให้ $3^x = \log_3 x$

ข้อ 3 ถูก $\sim \forall x \exists y[p \wedge q \wedge r]$

$\equiv \exists x \forall y[\sim p \vee \sim q) \vee \sim r]$

$\equiv \exists x \forall y[r \rightarrow (\sim p \vee \sim q)]$

$\equiv \exists x \forall y[xy < 0 \rightarrow (x \leq 0 \vee y > 0)]$

ข้อ 4 ผิด $\sim \forall x[p \rightarrow q] \equiv \sim \forall x[\sim p \vee q] \equiv \exists x[p \wedge \sim q] \equiv \exists x[x > 0 \wedge x^3 < x^2]$

ข้อ 3 **ตอบ** 4

วิธีทำ จากโจทย์ $A = \{1, \{1\}\}$ จะได้ $P(A) = \{\varnothing, \{1\}, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}\}$

$P(A) - A = \{\varnothing, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}\}$

ตัวเลือก 1 ถูก เพราะ $n(P(A) - A) = 3$

ตัวเลือก 2 ถูก เพราะ $n(P(P(A)) = 2^{2^{n(A)}} = 2^{2^2} = 16$

ตัวเลือก 3 ถูก เพราะ $\{\{1\}\} \in P(A) - A$

ตัวเลือก 4 ผิด เพราะ $\{\varnothing, A\} = \{\varnothing, \{1, \{1\}\}\} \notin P(A)$

ข้อ 4 **ตอบ** 1

วิธีทำ

สำหรับ A $\sqrt{(x-3)^2} \le 4$

$$|x-3| \le 4 \rightarrow -4 \le x-3 \le 4$$

$$-1 \le x \le 7$$

$$A = [-1, 7] \rightarrow A' = (-\infty, -1) \cup (7, \infty)$$

คำตอบ 1 สำหรับ A' $|3-x| > 4 \rightarrow |x-3| > 4$

$x-3 > 4$ หรือ $x-3 < -4$

$x > 7$ $x < -1$

$$A' = (-\infty, -1) \cup (7, \infty)$$

ข้อ 5 **ตอบ** 2

วิธีทำ $y_2 = f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = \frac{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-1} = \frac{\frac{x+1+x-1}{\cancel{x-1}}}{\frac{x+1-(x-1)}{\cancel{x-1}}} = \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = x$

$y_3 = f(y_2) = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

$y_4 = f(y_3) = f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x$

จะได้ $y_{คี่} = \frac{x+1}{x-1}$, $y_{คู่} = x$

$\therefore$ $y_{2553} + y_{2010} = \frac{x+1}{x-1} + x = \frac{x+1+x^2-x}{x-1}$

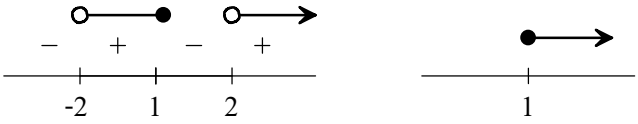
$= \frac{x^2+1}{x-1}$

ข้อ 6 **ตอบ** 4

วิธีทำ $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}} - \sqrt{x-1}$

D_g หาโดย $\frac{x-1}{x^2-4} \geq 0$ และ $x-1 \geq 0$

$\frac{(x-1)}{(x-2)(x+2)} \geq 0$ $\cap$ $x \geq 1$



$D_g = \{1\} \cup (2, \infty)$ ∴ ก. ผิด

เมื่อ $g(x) = 0$ $\sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}} = \sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{x-1}{x^2-4} = x-1$

∴ $x = 1$ และ $\frac{1}{x^2-4} = 1 \rightarrow x^2-4 = 1 \rightarrow x^2-5 = 0 \rightarrow x = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$

$x > 0$ มี 2 ค่า คือ $1, \sqrt{5}$ ∴ ข. ผิด

ข้อ 7 **ตอบ** 3

วิธีทำ $\sin x + \cos x = a$ ———(1)

$\sin x - \cos x = b$ ———(2)

$(1)+(2)$, $2\sin x = a+b$

$(1)-(2)$, $2\cos x = a-b$

$(1)\times(2)$, $\sin^2 x - \cos^2 x = ab \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = -ab$

∴ $\sin 4x = \sin 2(2x)$

$= 2\sin 2x \cos 2x$

$= 2(2\sin x \cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x)$

$= (a+b)(a-b)(-ab) = (a^2-b^2)(-ab) = ab^3 - a^3 b$

ข้อ 8 **ตอบ** 3

วิธีทำ สมการวงรี $25x^2+21y^2+100x-42y-404 = 0$

ทำการจัดรูปจะได้ $25x^2+100x+21y^2-42y = 404$

$25(x^2+4x+4)+21(y^2-2y+1) = 404+100+21$

$25(x+2)^2+21(y-1)^2 = 525$

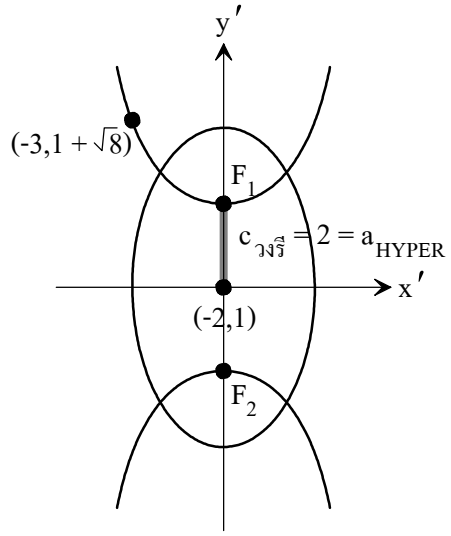
$\frac{(x+2)^2}{21}+\frac{(y-1)^2}{25} = 1$

} ขั้นตอนนี้สามารถคิดลัดได้

จะได้ระยะโฟกัส $c = \sqrt{\text{มาก - น้อย}} = \sqrt{25-21} = 2$

ถ้า HYPER มีจุดยอดที่จุดโฟกัสทั้งสองของวงรีและผ่านจุด $(-3, 1+\sqrt{8})$

จะเขียนรูป HYPER กับวงรี ได้ดังนี้



สมการ HYPER $\frac{(y-1)^2}{2^2}-\frac{(x+2)^2}{b^2} = 1$

HYPER ผ่าน $(-3, 1+\sqrt{8})$

จะได้ $\frac{(1+\sqrt{8}-1)^2}{4}-\frac{(-3+2)^2}{b^2} = 1$

$2-\frac{1}{b^2} = 1 \rightarrow b^2 = 1$

ดังนั้น สมการ HYPER คือ $\frac{(y-1)^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{1} = 1$

นำ 4 คูณตลอด จะได้ $(y-1)^2-4(x+2)^2 = 4$

$y^2-2y+1-4(x^2+4x+4) = 4$

$y^2-2y+1-4x^2-16x-16 = 4$

$y^2-4x^2-2y-16x-19 = 0$

ข้อ 9 <u>ตอบ</u> 4

<u>วิธีทำ</u> **ตัวเลือก 1 ถูก** เพราะ $m_{AB} = \frac{5-1}{1-(-3)} = 1$ และ $m_{DC} = \frac{-3-3}{2-8} = 1$

$m_{AB} = m_{DC}$ ดังนั้น ด้าน AB ขนานกับด้าน DC

ตัวเลือก 2 ถูก เพราะ $AB = \sqrt{[1-(-3)]^2+(5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$DC = \sqrt{(8-2)^2+[3-(-3)]^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$\therefore \quad AB + DC = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

ตัวเลือก 3 ถูก เพราะ $m_{CD} = 1$ $\overline{CD}$ มีสมการเป็น $x - y - 5 = 0$

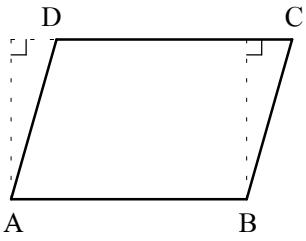
ระยะตั้งฉากจากจุด A ไปยัง $\overline{CD}$ คือ

$$\frac{|-3-1-5|}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

ตัวเลือก 4 ผิด เพราะ ระยะตั้งฉากจากจุด B ไปยัง $\overline{CD}$ คือ

$$\frac{|1-5-5|}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

หรือพิจารณาอีกวิธีได้โดยวาดรูป $\square$ ABCD



จากรูปจะเห็นได้ว่า

ระยะจากจุด A ไปยัง $\overline{CD}$ = ระยะจากจุด B ยัง $\overline{CD}$

ข้อ 4 จึงผิด

ข้อ 10 <u>ตอบ</u> 1

<u>วิธีทำ</u> จาก $2^y = b$

$\log_2 2^y = \log_2 b$

$\therefore \quad y = \log_2 b$

จาก $\log_y 2x = a$

$2x = y^a$

$x = \frac{1}{2}y^a$

แทน $y = \log_2 b$ จะได้ $x = \frac{1}{2}(\log_2 b)^a$

ข้อ 11 **ตอบ** 2

วิธีทำ $72^x + 72 < 2^{3(x+1)} + 3^{2(x+1)}$

$9^x \cdot 8^x + 72 - 8^{x+1} - 9^{x+1} < 0$

$9^x 8^x - 8^x \cdot 8 - 9^x \cdot 9 + 72 < 0$

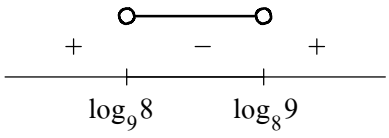
$8^x(9^x - 8) - 9(9^x - 8) < 0$

$(9^x - 8)(8^x - 9) < 0$

ให้ $9^x - 8 = 0 \rightarrow 9^x = 8 \rightarrow \log_9 9^x = \log_9 8 \rightarrow x = \log_9 8$

ให้ $8^x - 9 = 0 \rightarrow 8^x = 9 \rightarrow \log_8 8^x = \log_8 9 \rightarrow x = \log_8 9$

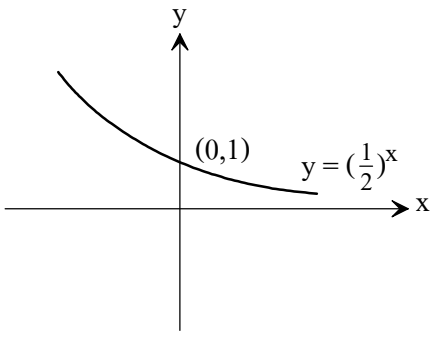
ดังนั้น คำตอบของอสมการ $(9^x - 8)(8^x - 9) < 0$ คือ $(\log_9 8, \log_8 9)$



ข้อ 12 **ตอบ** 2

วิธีทำ **วิธีตรง** $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^x + a = 0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 = 1 - a \rightarrow \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1\right]^2 = 1 - a$



จากกราฟ ถ้า $x \in R^+$

$0 < \left(\frac{1}{2}\right)^x < 1$

$1 < \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 < 2$

$1 < \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1\right]^2 < 4$

ดังนั้น $1 < 1 - a < 4$

$0 < -a < 3$

$0 > a > -3$

$\therefore a \in (-3, 0)$

วิธีลัด จาก $\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}}_{\text{เป็นบวกแน่ๆ}} + a = 0$ $\therefore a < 0$ แน่ๆ ตัดข้อ 3, 4 ทิ้ง

ลองแทน $x = 1, \frac{1}{4} + 1 + a = 0 \rightarrow a = -\frac{5}{4}$ ตัดข้อ 1 ทิ้ง $\therefore$ ตอบข้อ 2

ข้อ 13 **ตอบ** 1

วิธีทำ $\frac{x}{x-1} = \sec^2\theta$

$x = \sec^2\theta x - \sec^2\theta$

$\sec^2\theta = \sec^2\theta \cdot x - x$

$\sec^2\theta = x(\sec^2\theta - 1)$

$x = \frac{\sec^2\theta}{\sec^2\theta - 1}$

$\therefore f(\sec^2\theta) = \frac{1}{\frac{\sec^2\theta}{\sec^2\theta-1}} = \frac{\sec^2\theta-1}{\sec^2\theta}$

$= 1 - \frac{1}{\sec^2\theta} = 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$

ข้อ 14 **ตอบ** 2

วิธีทำ เนื่องจาก $|\bar{b}| = 3$

$\sqrt{(-2p)^2 + 2^2 + p^2} = 3$

$\sqrt{5p^2+4} = 3$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

จะได้ $5p^2 + 4 = 9$

$5p^2 = 5$

$p^2 = 1$

ถ้า $\bar{a}$ ตั้งฉากกับ $\bar{b}$ จะได้ $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

$(1)(-2p) + \left(\frac{1}{2}\right)(2) + (-3p)(p) = 0$

$-2p + 1 - 3p^2 = 0$

$3p^2 + 2p - 1 = 0$

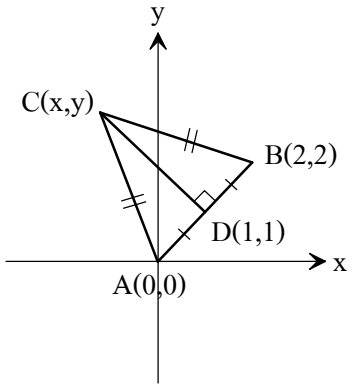
$3(1) + 2p - 1 = 0$

$p = -1$

$\therefore$ ค่า p ที่ทำให้ $\bar{a}$ ตั้งฉากกับ $\bar{b}$ และ $|\bar{b}| = 3$ คือ -1 ซึ่งอยู่ในช่วง $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

ข้อ 15 **ตอบ** 1

วิธีทำ จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้เขียนรูป ได้ดังนี้



จากรูป $m_{AB} = \frac{2-0}{2-0} = 1$

$\overline{CD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ จะได้ $m_{CD} = -1$

จากรูป $m_{CD} = \frac{y-1}{x-1}$

จะได้ $-1 = \frac{y-1}{x-1}$

$-1(x-1) = y - 1$

$-x + 1 = y - 1$

จะได้ $y = 2 - x$ ———(1)

เนื่องจาก พื้นที่ $\Delta ABC = 4$ จะได้ $\frac{1}{2}(AB)(CD) = 4$

$$\frac{1}{2}(2\sqrt{2})CD = 4 \rightarrow CD = 2\sqrt{2}$$

จากรูป $CD = \sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{(x-1)^2+(2-x-1)^2}$$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{2(x-1)^2}$$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{2}\,|x-1|$$

$$2 = |x-1| \rightarrow x = -1, \cancel{3}$$

3 ใช้ไม่ได้เพราะ จุด C อยู่ใน Q_2

นำค่า $x = -1$ แทนใน (1) จะได้ $y = 2-(-1) = 3$

$\therefore$ จุด C มีพิกัดเป็น $(-1, 3)$

นำจุด C แทนในสมการ แต่ละ Choice พบว่า สมการใน Choice 1 เป็นจริง

ข้อ 16 **ตอบ** 2

วิธีทำ $z_1 = 0$

$n = 1, \quad z_2 = z_1^2 + i = i$

$n = 2, \quad z_3 = z_2^2 + i = i^2 + i = -1 + i$

$n = 3, \quad z_4 = z_3^2 + i = (-1+i)^2 + i = -2i + i = -i$

$n = 4, \quad z_5 = z_4^2 + i = (-i)^2 + i = -1 + i$

$n = 5, \quad z_6^2 = (-1+i)^2 + i = -i$

$\therefore |z_{111}| = |-1+i| = \sqrt{2}$

ข้อ 17 **ตอบ** 4

วิธีทำ $S_\infty = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3^n+2^n-2}{4^{n-1}}\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3^n}{4^{n-1}}+\frac{2^n}{4^{n-1}}-\frac{2}{4^{n-1}}\right)$

$$S_\infty = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{4^{n-1}} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^{n-1}} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{4^{n-1}}$$

$$S_\infty = \left(3+\frac{9}{4}+\frac{27}{16}+\ldots..\right)+\left(2+1+\frac{1}{2}+\ldots..\right)-\left(2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\ldots..\right)$$

$$S_\infty = \frac{3}{1-\frac{3}{4}}+\frac{2}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2}{1-\frac{1}{4}} = 12+4-\frac{8}{3} = \frac{40}{3}$$

ข้อ 18 **ตอบ** 2

วิธีทำ จาก $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}}$

$$f'(x) = 2x^{-\frac{1}{3}} \quad \therefore\ f'(8) = 2(2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

โจทย์ถาม $(fog)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$

$$= f'(8) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= (1)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

ข้อ 19 **ตอบ** 1

วิธีคิด จากโจทย์เสื้อยืด 13 สีๆ ละ 4 ตัว มีทั้งหมด $13 \times 4 = 52$ ตัว

$n(S)$ = จำนวนวิธีสุ่มหยิบเสื้อ 3 ตัว จาก 52 ตัว ทำได้ $\binom{52}{3} = 22100$

$n(E)$ = จำนวนวิธีสุ่มหยิบเสื้อ 3 ตัว ให้มีสีเหมือนกัน 2 ตัว ทำได้

$$\binom{13}{2}\binom{2}{1}\binom{4}{2}\binom{4}{1} = 3744$$

เลือก 2 สี สี 2 ตัว หยิบ 2 ตัว

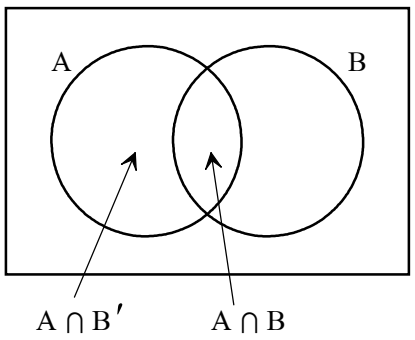
OR $$\binom{13}{1}\binom{4}{2}\binom{48}{1} = 3744$$

สี 2 ตัว หยิบ 2 ตัว

ดังนั้น $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3744}{22100} = \frac{72}{425}$

ข้อ 20 **ตอบ** 2

วิธีทำ ก.



จากแผนภาพ พบว่า

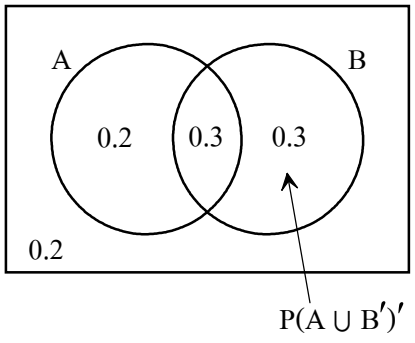
$n(A) = n(A \cap B) + n(A \cap B')$

ดังนั้น จะได้

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$

ก. ถูก

ข.



จากแผนภาพ พบว่า

$P(A - B) = 0.2$ ข. ผิด

ข้อ 21 ตอบ 3

วิธีทำ จาก $\mu_{รวม} = \frac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2}{N_1 + N_2}$

จะได้ $40 = \frac{35N_{ช} + 50N_{ญ}}{N_{ช} + N_{ญ}}$

$40N_{ช} + 40N_{ญ} = 35N_{ช} + 50N_{ญ}$

$50N_{ช} = 10N_{ญ}$

$\frac{N_{ช}}{N_{ญ}} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$

ข้อ 22 ตอบ 3

วิธีทำ $A = 7^{(7^7)}$

$B = 7^{77} = (7^{11})^7$

} $A > B$ แน่ๆ ∴ ตัดข้อ 4 ทิ้ง

$C = 77^7$

} $B > C$ แน่ๆ ∴ ตัดข้อ 1, 2 ทิ้ง

∴ ตอบข้อ 3

ข้อ 23 ตอบ 3

วิธีทำ จากการสังเกต จำนวน PAT คือ จำนวนที่

1. ผลบวกของเลขโดดทั้ง 5 หลัก เป็น 17
2. เลขโดดแต่ละหลักสลับที่ คี่, คู่, คี่, คู่, คี่
3. เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกันเลย

เมื่อพิจารณาทั้ง 3 เงื่อนไขแล้ว พบว่า มีเพียงข้อเดียวที่เป็นจริง คือ ข้อ 3

ข้อ 24 ตอบ 4

วิธีทำ ข้อ ก. $a * b = a^b$, $b * a = b^a$ และ $a^b \neq b^a$ ข้อ ก. ผิด

ข้อ ข. $(a * b) * c = (a^b) * c = (a^b)^c = a^{bc}$

$a * (b * c) = a * (b^c) = a^{b^c}$

} ≠ ข้อ ข. ผิด

ข้อ ค. $a * (b + c) = a^{(b+c)}$

$(a * b) + (a * c) = a^b + a^c$

} ≠ ข้อ ค. ผิด

ข้อ ง. $(a + b) * c = (a + b)^c$

$(a * c) + (b * c) = a^c + b^c$

} ≠ ข้อ ง. ผิด

ข้อ 25 ตอบ 1

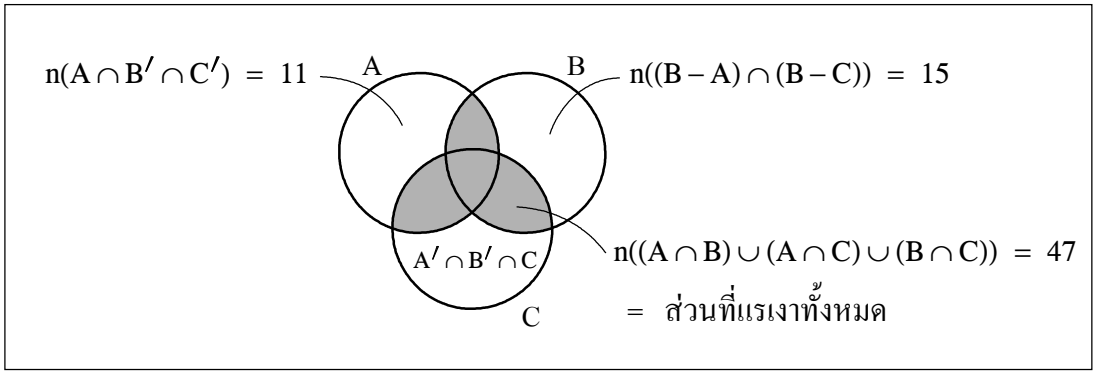
วิธีทำ 1. ถ้า A พูดจริง $\rightarrow$ C พูดโกหก $\rightarrow$ **D พูดจริง**

D พูดโกหก $\rightarrow$ ขัดแย้ง แสดงว่า A พูดโกหก

2. เมื่อ A พูดโกหก แสดงว่า B พูดโกหก
3. เมื่อ B พูดโกหก แสดงว่า E พูดจริง
4. เมื่อ E พูดจริง แสดงว่า D โกหก
5. เมื่อ D โกหก แสดงว่า C พูดจริง

ข้อ 26 ตอบ 18

วิธีทำ จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้
เขียนแผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



$\therefore\ n(A' \cap B' \cap C) = n(A \cup B \cup C) - n(A \cup B) = 91 - 11 - 15 - 47 = 18$

ข้อ 27 ตอบ 5

วิธีทำ **ยกกำลัง 2** $(3x+1) + 2\sqrt{3x+1} \cdot \sqrt{x-1} + x - 1 = 7x + 1$

$$2\sqrt{3x+1} \cdot \sqrt{x-1} = 3x + 1$$

ยกกำลัง 2 $4(3x+1)(x-1) = (3x+1)^2$

$$0 = (3x+1)^2 - 4(3x+1)(x-1)$$

$$0 = (3x+1) \cdot [3x + 1 - 4(x-1)]$$

$$0 = (3x+1)(-x+5)$$

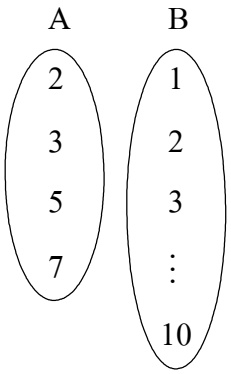
$$\therefore\ x = -\tfrac{1}{3}, 5$$

ตรวจคำตอบ พบว่า $x = -\frac{1}{3}$ ใช้ไม่ได้ ($\sqrt{-\frac{1}{3}-1} \notin R$)

และ $x = 5$ ใช้ได้ ($\sqrt{16} + \sqrt{4} = \sqrt{36}$)

ข้อ 28 **ตอบ** 25

วิธีทำ $A = \{2, 3, 5, 7\}$ และ $B = \{1, 2, 3, ..., 10\}$



โดย $(a, f(a)) \neq 1$ ทุก $a \in A$

A **B**

$2 \rightarrow 2,\ 4, (6),\ 8, (10)$

$3 \rightarrow 3, (6), 9$

$5 \rightarrow 5, (10)$

$7 \rightarrow 7$

ขั้นที่ 1 พิจารณา 7 พบว่า $f(7) = 7$ เท่านั้น เพราะ $(7, 7) = 7 \neq 1$

ขั้นที่ 2 พิจารณา 5 พบว่า $f(5) = 5$ หรือ 10 ได้ เพราะ $(5, 5) = 5 \neq 1$

และ $(5, 10) = 5 \neq 1$

ขั้นที่ 3 พิจารณา 3 พบว่า $f(3) = 3$ หรือ 6 หรือ 9 ได้ เพราะ

$(3, 3) = 3 \neq 1, (3, 6) = 3 \neq 1$ และ $(3, 9) = 3 \neq 1$

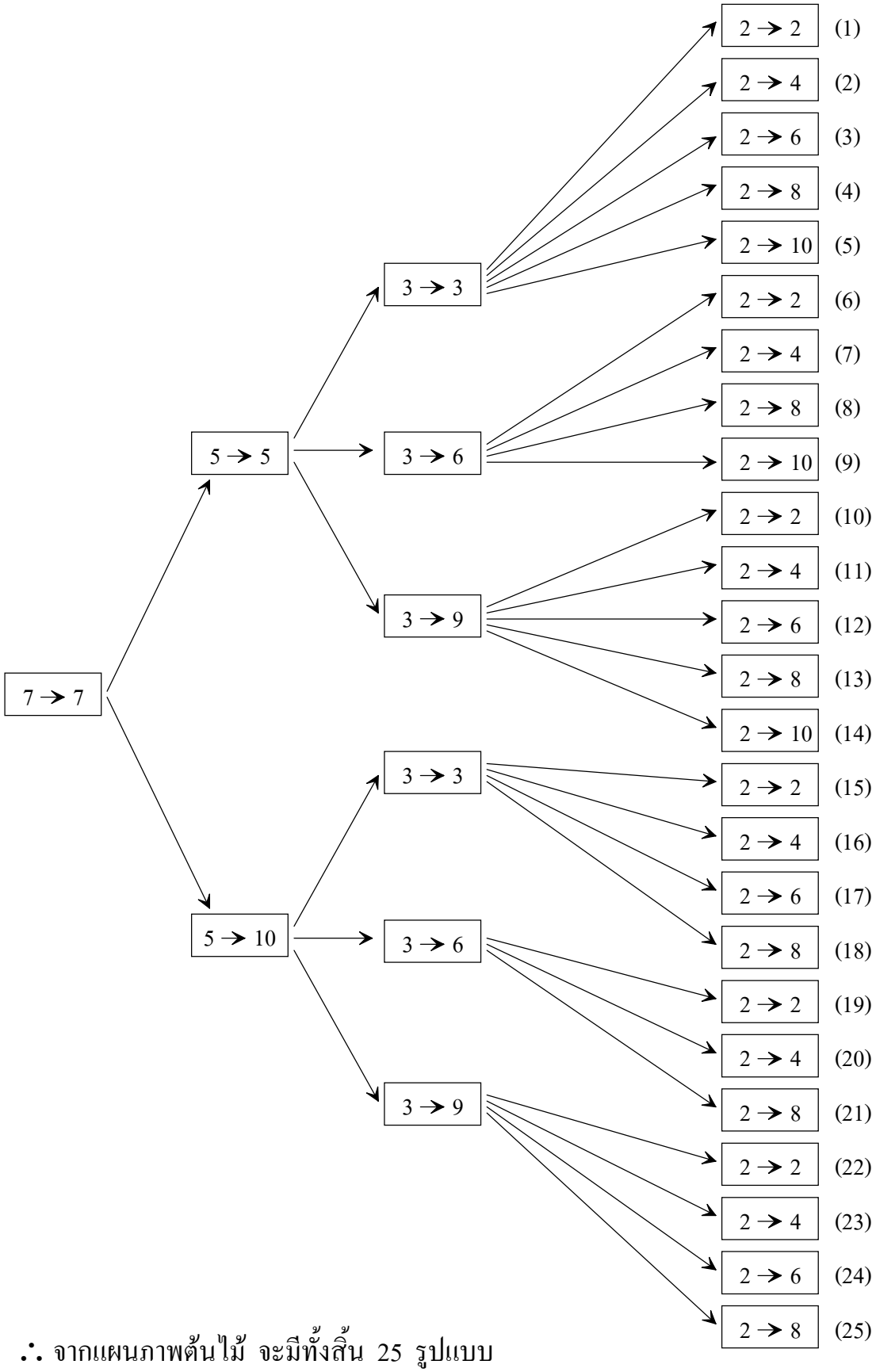
ขั้นที่ 4 พิจารณา 2 แบ่งเป็น

กรณีที่ 1 ถ้า $f(5) \neq 10$ และ $f(3) \neq 6$ แล้ว $f(2) = 2, 4, 6, 8, 10$

กรณีที่ 2 ถ้า $f(5) \neq 10$ และ $f(3) = 6$ แล้ว $f(2) = 2, 4, 8, 10$

กรณีที่ 3 ถ้า $f(5) = 10$ และ $f(3) \neq 6$ แล้ว $f(2) = 2, 4, 6, 8$

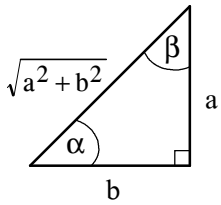
กรณีที่ 4 ถ้า $f(5) = 10$ และ $f(3) = 6$ แล้ว $f(2) = 2, 4, 8$



∴ จากแผนภาพต้นไม้ จะมีทั้งสิ้น 25 รูปแบบ

ข้อ 29 **ตอบ** $\frac{1}{2}$

วิธีทำ



$$\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad , \quad \cos\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\cos[\arcsin(\sin\alpha)] + \sin[\arccos(\cos\beta)] = 1$$

$$\cos\alpha + \sin\beta = 1$$

$$\cos(90^\circ - \beta) + \sin\beta = 1$$

$$\sin\beta + \sin\beta = 1 \quad \therefore \sin\beta = \frac{1}{2}$$

ข้อ 30 **ตอบ** $\frac{1}{2}$

วิธีทำ $= \dfrac{\sin 54^\circ - \sin 18^\circ}{2\sin 18^\circ\cos 18^\circ\frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ} + 1 - 2\sin^2 18^\circ}$

$$= 2\cos 36^\circ\sin 18^\circ$$

$$= \frac{2\sin 18^\circ\cos 18^\circ\cos 36^\circ}{\cos 18^\circ}$$

$$= \frac{2\sin 36^\circ\cos 36^\circ}{2\cos 18^\circ} = \frac{\sin 72^\circ}{2\sin 72^\circ} = \frac{1}{2}$$

ข้อ 31 **ตอบ** 32

วิธีทำ

$$2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{———(1)}$$

$$A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{———(2)}$$

$(1)\times 2$: $4A - 2B = \begin{bmatrix} -8 & -8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$ ———(3)

$(3)-(2)$: $3A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -4$$

นำ A แทนใน (1) จะได้ $2\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 8$$

ดังนั้น $\det(A^4B^{-1}) = (\det A^4)(\det B^{-1}) = (\det A)^4\left(\frac{1}{\det B}\right) = (-4)^4\left(\frac{1}{8}\right) = 32$

ข้อ 32 **ตอบ** 6

วิธีทำ $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & -1 \\ z & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x & -1 \\ -x & 1+yw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y+1 & -w \\ z-2 & 2w \end{bmatrix}$

พิจารณาสมาชิก แถวที่ 1 หลักที่ 2

จะได้ $-1 = -w \rightarrow \boxed{w = 1}$

พิจารณาสมาชิก แถวที่ 2 หลักที่ 2

จะได้ $1+yw = 2w \rightarrow 1+y(1) = 2(1) \rightarrow \boxed{y = 1}$

พิจารณาสมาชิก แถวที่ 1 หลักที่ 1

จะได้ $x = 2y+1 = 2(1)+1 = 3 \rightarrow \boxed{x = 3}$

พิจารณาสมาชิก แถวที่ 2 หลักที่ 1

จะได้ $-x = z-2 \rightarrow -3 = z-2 \rightarrow \boxed{z = -1}$

$\therefore$ ค่าของ $4w-3z+2y-x = 4(1)-3(-1)+2(1)-3 = 6$

ข้อ 33 **ตอบ** 3

วิธีทำ จากโจทย์ $\bar{u}\cdot\bar{w} = 2$ จะได้ $1a+2b+3c = 2$ ———(1)

เนื่องจาก $\bar{w} = a\bar{i}+b\bar{j}+c\bar{k}$ ขนานกับ $-\frac{2}{3}\bar{i}+\frac{1}{2}\bar{j}+\frac{1}{3}\bar{k}$

จะได้ $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ เมื่อ m เป็นค่าคงที่

$a = m\left(-\frac{2}{3}\right)$

$b = m\left(\frac{1}{2}\right)$ } $m = \frac{a}{-\frac{2}{3}} = \frac{b}{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{3}}$

$c = m\left(\frac{1}{3}\right)$

จะได้ว่า $-\frac{3a}{2} = 2b = 3c$ ———(2)

นำค่า 2b และ 3c จาก (2) แทนใน (1)

จะได้ $1a+\left(-\frac{3a}{2}\right)+\left(-\frac{3a}{2}\right) = 2 \rightarrow \boxed{a = -1}$

นำค่า a แทนใน (2) จะได้ $\frac{3}{2} = 2b = 3c \rightarrow \boxed{b = \frac{3}{4}, c = \frac{1}{2}}$

$\therefore a+4b+2c = -1+4\left(\frac{3}{4}\right)+2\left(\frac{1}{2}\right) = 3$

ข้อ 34 **ตอบ** 5

วิธีทำ $\bar{z}_2 = 1+2i\,,\, z_2 = 1-2i$

$5z_1 + 2z_2 = 5$

$5z_1 + 2(1-2i) = 5$

$5z_1 = 3+4i$

$|5||z_1| = |3+4i| \rightarrow |z_1| = 1$

$\therefore\ |5z^{-1}| = |\frac{5}{z}| = \frac{|5|}{|z|} = \frac{5}{1} = 5$

ข้อ 35 **ตอบ** 1

วิธีทำ $a_n = \frac{\frac{n}{2}(2+2n)}{n^2} = \frac{n^2+n}{n^2}$

$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{n^2} = 1$

ข้อ 36 **ตอบ** 1

วิธีทำ $\frac{1}{\sqrt{k}\,(k+1)+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}\,\sqrt{k+1}}\left[\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}\right]\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})}$

$= \frac{1}{\sqrt{k}\,\sqrt{k+1}}(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

$= \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$

$S_n = \sum\limits_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$

$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) = 1$

ข้อ 37 **ตอบ** **53**

วิธีทำ **บังคับ Con ที่ x = 2**

$f(2) = a-b$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} \frac{x^3-3x-2}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \frac{3x^2-3}{1} = 9$ ⟶ (=)

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} x^2+ax+1 = 2a+5$ ⟶ (=)

ดังนั้น $2a+5 = 9 \rightarrow a = 2$

และ $a-b = 9 \rightarrow 2-b = 9 \rightarrow b = -7$

$\therefore\ a^2+b^2 = 4+49 = 53$

ข้อ 38 **ตอบ** 6

วิธีทำ $f(x) = \int f'(x)dx = \int(3x^{\frac{1}{2}}+5)dx = \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+5x+c$

$f(x) = 2x^{\frac{3}{2}}+5x+c$

$f(1) = 2+5+c = 5 \rightarrow c = -2$

$\therefore f(x) = 2x^{\frac{3}{2}}+5x-2$

$f(x^2) = 2x^3+5x^2-2$

$\therefore \lim\limits_{x\to 4} \frac{f(x^2)-2}{f(x)} = \lim\limits_{x\to 4} \frac{(2x^3+5x^2-2)-2}{2x^{\frac{3}{2}}+5x-2}$

$= \frac{128+80-4}{16+20-2} = \frac{204}{34} = 6$

ข้อ 39 **ตอบ** 7

วิธีทำ จากความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $(2, 19)$ เท่ากับ 19

แสดงว่า $f'(2) = 19$ และ $f(2) = 19$

จาก $f''(x) = 6x+4$

$f'(x) = \int(6x+4)dx = 3x^2+4x+c$

$f'(2) = 12+8+c = 19 \rightarrow c = -1 \quad \therefore f'(x) = 3x^2+4x-1$

$f(x) = \int(3x^2+4x-1)dx = x^3+2x^2-x+c$

$f(2) = 8+8-2+c = 19 \rightarrow c = 5$

$\therefore f(x) = x^3+2x^2-x+5$

$f(1) = 1+2-1+5 = 7$

ข้อ 40 **ตอบ** 44

วิธีทำ กรณี 3 หลัก $\overset{1,2\nearrow}{\underline{2}} \times \underline{4} \times \underline{3} = 24$

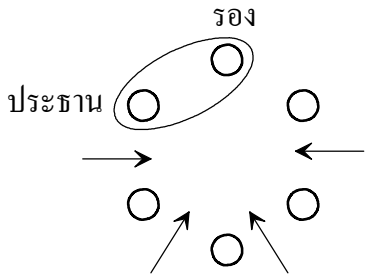
กรณี 2 หลัก $\underline{4} \times \underline{4} = 16$

กรณี 1 หลัก $\underline{4} = 4$

รวม 44 จำนวน

ข้อ 41 <u>ตอบ</u> 192

<u>วิธีทำ</u>



ดึงเลขาออกมา แล้วจัดได้ $4!2!4 = 192$

เลขาเสียบ

ข้อ 42 <u>ตอบ</u> 520

<u>วิธีทำ</u> จาก $\mu = \frac{\Sigma x}{N}$

จะได้ $72 = \frac{\Sigma x_{เดิม}}{N} \rightarrow \Sigma x_{เดิม} = 72N$

และ $70 = \frac{\Sigma x_{เดิม} + 60}{N+1}$

$$70N + 70 = \Sigma x_{เดิม} + 60$$

$$70N + 70 = 72N + 60$$

$$N = 5$$

จาก $\sigma^2 = \frac{\Sigma x^2}{N} - \mu^2$

$$600 = \frac{\Sigma x^2_{เดิม}}{5} - 72^2 \rightarrow \Sigma x^2_{เดิม} = 28920$$

$$\sigma^2_{ใหม่} = \frac{28920 + 60^2}{6} - 70^2$$

$$= 520$$

ข้อ 43 <u>ตอบ</u> 6

<u>วิธีทำ</u> จากกำหนดให้ จะได้ข้อมูล คือ

<u>45</u> <u>45</u> <u>47</u> <u>51</u>

$\uparrow$

$\text{Med} = 46$

$\mu = \frac{45+45+47+51}{4} = 47$

$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x-\mu)^2}{N}$

$= \frac{4+4+0+16}{4}$

$= 6$

ข้อ 44 **ตอบ** 10

วิธีทำ จาก $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

จะได้ $4 = \frac{700-\mu}{\sigma}$ ———(1)

และ $-2 = \frac{400-\mu}{\sigma}$ ———(2)

(1) – (2) $6 = \frac{300}{\sigma}$

$\sigma = 50$

$\mu = 500$

จะได้สัมประสิทธิ์การแปรผัน $= \frac{\sigma}{\mu} = \frac{50}{500} \times 100 = 10\%$

ข้อ 45 **ตอบ** 7

วิธีทำ เดือนสิงหาคม มี 31 วัน ดังนั้น ต้องมี 3 สัปดาห์ เต็มและบวกอีก 10 วัน ลองไล่เป็นกรณีๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 : วันที่ 1 ตรงกับวันอาทิตย์

อาทิตย์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัส	ศุกร์	เสาร์
1	2	3	4	5	6	7
○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○
29	30	31				

กรณีนี้เป็นไปไม่ได้ เพราะมีวันจันทร์ 5 วัน

และจากการสังเกต วันที่ 1 ตรงกับวันจันทร์ ก็เป็นไปไม่ได้เช่นกัน

กรณีที่ 2 : วันที่ 1 ตรงกับวันอังคาร

อาทิตย์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัส	ศุกร์	เสาร์
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

พบว่ากรณีนี้เป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์ทุกประการ คือมีวันจันทร์และวันศุกร์อย่างละ 4 วัน

$\therefore$ วันที่ 20 สิงหาคม ตรงกับวันอาทิตย์

ข้อ 46 **ตอบ** 37

วิธีทำ จำนวนลูกหินในแต่ละกอง = ห.ร.ม. ของ 221 กับ 260

$221 = 13\times17$
$260 = 13\times20$
} ห.ร.ม.ของ 221 กับ 260 คือ 13

$\therefore$ แบ่งลูกหินเป็นกองๆ ละ 13 ลูก

จะได้ลูกหินสีดำ 17 กอง, สีขาว 20 กอง

$\therefore$ จะแบ่งได้ทั้งหมด 37 กอง

ข้อ 47 **ตอบ** 7

วิธีทำ $(f\otimes g)(1) = f(g(1)) - g(f(1))$

$= f(3) - g(0)$

$= 8 - 1 = 7$

ข้อ 48 **ตอบ** b = 0

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} abcd \\ \times\quad 9 \\ \hline dcba \end{array}$$

$\therefore$ a = 1 และ d = 9

(ถ้า $a>1$ แล้ว $abcd\times9$ จะเกิน 4 หลัก)

ตั้งสมการ $9cb\,1 = 9\times(1bc9)$

$9001+100c+10b = 9(1009+100b+10c)$

$9001+100c+10b = 9081+900b+90c$

$10c-890b = 80$

$\therefore \quad c = 8+89b$ ———(1)

เมื่อ c, b เป็นเลขโดด จะมีค่าตั้งแต่ $0\rightarrow9$ จะพบว่า มีเพียง b = 0 และ c = 8 เท่านั้นที่ทำให้สมการ (1) เป็นจริง (หาก $b>0$ จะทำให้ $c>9$ แน่นอน เช่น $b = 1 \rightarrow c = 97$)

ข้อ 49 **ตอบ**

วิธีทำ ผลบวก 6 ตัว แนวตั้ง + ผลบวก 5 ตัว แนวนอน $= 1+2+3+\ldots..+11$

$43+28-x = \frac{11}{2}(11+1) = 66$

$x = 5$

ข้อ 50 ตอบ

วิธีทำ I. 2 อยู่แถวที่ 2 10 อยู่แถวที่ 2
3 อยู่แถวที่ 3 11 อยู่แถวที่ 3
4 อยู่แถวที่ 4 12 อยู่แถวที่ 4
5 อยู่แถวที่ 5 13 อยู่แถวที่ 5
6 อยู่แถวที่ 4 14 อยู่แถวที่ 4
7 อยู่แถวที่ 3 15 อยู่แถวที่ 3
8 อยู่แถวที่ 2 16 อยู่แถวที่ 2
9 อยู่แถวที่ 1 17 อยู่แถวที่ 1

2400 หารด้วย 8 ลงตัว $\therefore$ 2400 อยู่แถวที่ 2

II. $2400 = 8 \times 300$ มี 8 ตัวประกอบ

$\therefore$ 2400 อยู่แถวที่ 2

****