

ข้อ 1.

จากโจทย์จะได้ว่า

$$p = F$$

$$q = T$$

$$r = F$$

$$s = F$$

ดังนั้น 2. เป็นจริง

ตอบข้อ 2.

ข้อ 2.

พิจารณา 1. ผิด เพราะ $x = 1, y = -1$

$$\text{จะได้ } x + y + 2 = 0$$

พิจารณา 2. ผิด เพราะ $x = 1, y = 1$

$$x = 0, y = 1$$

$$x = 1, y = 1$$

พิจารณา 3. ถูก เพราะ ไม่มี x ตัวใดที่สามารถใช้ y ทุกตัวได้

พิจารณา 4. ผิด เพราะ $x = 1, y = 1$ ทำให้สมการเป็นจริง

ตอบข้อ 3.

ข้อ 3.

$$n(A) = 3$$

พิจารณา 1. ผิด $P(A) = 2^3 = 8$ ได้แก่

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \emptyset\}$$

พิจารณา 2. ผิด $P(A) - \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ มีจำนวน $8 - 2 = 6$

พิจารณา 3. ถูก

พิจารณา 4. ผิด $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\} \notin P(A)$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 4.

พิจารณา x ในช่วง $[0,1)$ จะได้ $\frac{1-x-2}{x+x-3} > 1$

$$\frac{-x-1}{2x-3} - 1 > 0$$

$$\frac{-x-1-2x+3}{2x-3} > 0$$

$$\frac{-3x+2}{2x-3} > 0$$

จะได้ $x \in (\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$

ดังนั้น $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}) \cap [0,1) = (\frac{2}{3}, 1)$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 5.

$$f(x) = \frac{x+3}{x+6}$$

$$y = \frac{x+3}{x+6}$$

$$x = \frac{y+3}{y+6}$$

$$xy + 6x - y - 3 = 0$$

$$y = \frac{3-6x}{x-1}$$

ดังนั้น $f^{-1}(x) = \frac{3-6x}{x-1}$

$$f^{-1}(g(x)) = \frac{3-6g(x)}{g(x)-1} = \frac{-6x}{x-1}$$

$$3x - 3 - 6xg(x) + 6g(x) = -6xg(x) + 6x$$

$$6g(x) = 3x + 3$$

จะได้ $g(x) = \frac{x+1}{2}$

$$g(a) = \frac{a+1}{2} = 2$$

ดังนั้น $a = 3$ อยู่ในช่วง $[3,5]$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 6.

$$\arcsin x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

จะได้ $\sin\left(\frac{\pi}{15} + \arccos(x^2)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{3}\right)$
 $= \sin 72^\circ$

พิจารณา $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\sin 90^\circ = 1$$

ดังนั้น $\sin 72^\circ \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 7.

จาก $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

จะได้ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

ดังนั้น $\frac{1}{a}\cos A + \frac{1}{b}\cos B + \frac{1}{c}\cos C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2abc} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2abc} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2abc}$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 8.

จากโจทย์ $9x^2 - 16y^2 - 90x + 64y + 17 = 0$

จัดรูปได้เป็น $9(x^2 - 10x + 25) - 16(y^2 - 4y + 4) = -17 + 225 - 64$

$$\frac{(x-5)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

ดังนั้นจุดศูนย์กลางไฮเพอร์โบลา คือ (5,2)

จาก $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = 5$$

ดังนั้นจุดโฟกัส คือ (10,2),(0,2)

ดังนั้นรัศมีวงกลม คือ $\frac{5}{2}$ พื้นที่วงกลม คือ $\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{4}$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 9.

จากโจทย์เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง BC จะได้ว่า $\left(\frac{2-3}{-1+4}\right)\left(\frac{y-2}{x+1}\right) = -1$

$$\frac{y-2}{x+1} = 3$$

$$y - 3x - 5 = 0$$

$$y = 3x + 5$$

พิจารณาระยะทางด้านตรงข้ามมุมฉาก คือเส้นตรง AC ยาว 10 หน่วย

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 100$$

แทน y ในสมการ จะได้

$$(x + 4)^2 + (3x + 5 - 3)^2 = 100$$

$$x^2 + 8x + 16 + 9x^2 + 12x + 4 = 100$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

เมื่อ $x = -4$ จะได้ $y = -7$

เมื่อ $x = 2$ จะได้ $y = 11$

ซึ่งจุด c คือ (2,11) โดยการพิจารณาจากการวาดรูปประกอบ

ดังนั้น $8x + 2y - 27 = 0$ เส้นตรงนี้ ผ่านจุด c

ตอบข้อ 2.

ข้อ 10.

พิจารณา ก. $2^{\frac{9}{2}} = 2^{\frac{9}{6}} = (2^9)^{\frac{1}{6}} = 512^{\frac{1}{6}}$

$$3^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{8}{6}} = (3^8)^{\frac{1}{6}} = 6561^{\frac{1}{6}}$$

ดังนั้น $2^{\frac{3}{2}} < 3^{\frac{4}{3}}$

พิจารณา ข. $\log_2 \frac{3}{8} = \log_2 3 - \log_2 8 = \log_2 3 - 3$

$$\log_3 \frac{1}{2} = \log_3 1 - \log_3 2 = -\log_3 2$$

พิจารณา $\log_2 3 - 3$ มีค่าประมาณ 1... -3 คือ ประมาณ -2...

พิจารณา $-\log_3 2$ มีค่าประมาณ -0...

ดังนั้น $\log_2 \frac{3}{8} < \log_3 \frac{1}{2}$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 11.

พิจารณา A ให้ $3^x = A$

$$3^{2x} = A^2$$

จะได้ $9A^2 - 28A + 3 = 0$

$$(9A - 1)(A - 3) = 0$$

ดังนั้น $A = 3$ หรือ $A = \frac{1}{9}$

$$3^x = 3 \qquad 3^x = \frac{1}{9}$$

$$x = 1 \qquad x = -2$$

นั่นคือ $A = \{1, -2\}$

พิจารณา B จากโจทย์จะได้ว่า $\log x + \log(x - 1) - \log(x + 3) = 0$

$$\log\left(\frac{x(x-1)}{x+3}\right) = 0 \qquad ; x > 1$$

$$\frac{x(x-1)}{x+3} = 1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

จะได้ $x = 3, -1$ แต่ $x > 1$

ดังนั้น $B = \{3\}$

จะได้ $A \cup B = \{1, -2, 3\}$ รวมผลบวกได้เป็น 2

ตอบข้อ 2.

ข้อ 12.

จากโจทย์จะได้ว่า $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$2A^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$BC^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^t C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $\det(2A^t + BC^2 + B^t C) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 13.

จากโจทย์จะได้ว่า $(x - \sin 15^\circ)(x - \cos 15^\circ) = x^2 + ax + b$

$$x^2 - x \sin 15^\circ - x \cos 15^\circ + \sin 15^\circ \cos 15^\circ = x^2 + ax + b$$

จะได้ $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = b$

$$2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = 2b$$

ดังนั้น $\sin 30^\circ = 2b = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $b = \frac{1}{4}$

และ $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ = a$

$$\sin^2 15^\circ + 2\sin 15^\circ \cos 15^\circ + \cos^2 15^\circ = a^2$$

$$a^2 = 1 + \sin 30^\circ$$

$$a^2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a^4 = \frac{9}{4}$$

จะได้ $a^4 - b = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 14.

พิจารณา x $3^{5x} \cdot 3^{2x^2} = 3^3$

จะได้ $5x + 2x^2 = 3$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$x = \frac{1}{2}, -3$ แต่ x เป็นจำนวนจริงบวก

$x = \frac{1}{2}$

พิจารณา y $y = \frac{(\log 3)(\log 5)(\log 7)(\log 4)(\log 6)(\log 8)}{(\log 2)(\log 4)(\log 6)(\log 3)(\log 5)(\log 7)}$

$$y = \frac{\log 8}{\log 2}$$

$$y = 3$$

ดังนั้น $x^y = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 15.

$$Z_1 = \frac{1}{\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i} \cdot \frac{\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right)}{\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right)}$$

$$= \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i}{1}$$

$$Z_1 = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$$

ให้ $Z_2 = a + bi$

จาก $5Z_1 + 2Z_2 = 5$

จะได้ $3 + 4i + 2a + 2bi = 5$

นั่นคือ $3 + 2a = 5$ และ $4 + 2b = 0$

$a = 1$ $b = -2$

ดังนั้น $Z_2 = 1 - 2i$

$\bar{Z}_2 = 1 + 2i$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 16.

$$|\bar{u} - \bar{v}|^2 = \bar{u}^2 - 2\bar{u}\bar{v} + \bar{v}^2 = 16$$

$$\bar{u}^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 = 4$$

$$\bar{v}^2 = 9$$

ดังนั้น $2\bar{u}\bar{v} = -16 + 13 = -3$

พิจารณา $|\bar{u} + \bar{v}|^2 = \bar{u}^2 + 2\bar{u}\bar{v} + \bar{v}^2$

$$= 4 - 3 + 9 = 10$$

$$\bar{u} + \bar{v} = \sqrt{10}$$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 17.

x, y, z เป็นลำดับเรขาคณิต

$$y = rx \text{ และ } z = r^2x$$

นำค่าที่ได้ไปแทนในลำดับเลขคณิต $x, 2y, 3z$ จะได้ $x, 2rx, 3r^2x$

ดังนั้น $2rx - x = 3r^2x - 2rx$

$$x(2r - 1) = x(3r^2 - 2r)$$

$$2r - 1 = 3r^2 - 2r$$

$$3r^2 - 4r + 1 = 0$$

$$(3r - 1)(r - 1) = 0$$

$$r = 1, \frac{1}{3} \quad \text{แต่ } x \neq y \text{ ดังนั้น } r \neq 1$$

จะได้ $r = \frac{1}{3}$

ตอบข้อ 2.

ข้อ 18.

$$\begin{aligned} f(f(f(f(x)))) &= f(f(f(ax + b))) \\ &= f(f(a(ax + b) + b)) \\ &= f(a[a(ax + b) + b] + b) \\ &= a[a^2(ax + b) + ab + b] + b \\ &= a^3(ax + b) + a^2b + ab + b \end{aligned}$$

$$= 16x + 45$$

จะได้ว่า

$$a^4x + a^3b + a^2b + ab + b = 16x + 45$$

$$a^4 = 16$$

$$a = \pm 2$$

และ

$$a^3b + a^2b + ab + b = 45$$

เมื่อ $r = 2$ จะได้

$$8b + 4b + 2b + b = 45$$

$$15b = 45$$

$$b = 3$$

$$f(x) = 2x - 3$$

เมื่อ $r = -2$ จะได้

$$-8b + 4b - 2b + b = 45$$

$$-5b = 45$$

$$b = -9$$

$$f(x) = -2x - 9$$

เนื่องจากโจทย์กำหนดว่าเป็นฟังก์ชันลด จะได้

$$f(x) = -2x - 9$$

ดังนั้น $a + b = -2 - 9 = -11$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 19.

พิจารณา

x ที่ 1 จะได้ $f(1) = a + b$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x^3 + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2 - x - 1)$$

$$= -3$$

นั่นคือ $a + b = -3$ ---(1)

พิจารณา x ที่ 5 จะได้ $f(5) = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 5a + b$$

นั่นคือ $5a + b = 5$ ---(2)

(2) - (1); $4a = 8$

$$a = 2$$

$$b = -5$$

ดังนั้น $ab = -10$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 20.

ผลรวมค่ามาตรฐานมีค่าเป็น 0 ดังนั้นจากโจทย์จะได้ว่านักเรียนอีกคนหนึ่ง มีค่ามาตรฐาน คือ -2.5

จะได้ว่า $\frac{x - \bar{x}}{SD} = -2.5$

$$\frac{x - 60}{10} = -2.5$$

$$x = -25 + 60 = 35$$

ตอบข้อ 1.

ข้อ 21.

จาก $S^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2$

$$660 = \frac{\sum x^2}{5} - 72^2$$

$$\sum x^2 = 29220$$

ดังนั้น $\sum x_{ใหม่}^2 = 29220 + 3600 = 32820$

$$\bar{x}_{ใหม่} = \frac{360+60}{6} = 70$$

$$\begin{aligned} S_{ใหม่}^2 &= \frac{32820}{6} - 70^2 \\ &= 5470 - 4900 = 570 \end{aligned}$$

ความแปรปรวนลดลง $660 - 570 = 90$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 22.

จากโจทย์จะได้ว่า $E = (1,6), (2,5), (2,6), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), (6,2) = 8$ ตัว

$$S = 6 \times 6 = 36$$

จะได้ความน่าจะเป็น คือ $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

ตอบข้อ 3.

ข้อ 23.

พิจารณา A $A = -1 + 1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots + 1$

จะได้ $-1 + 1 = 0$ จำนวน 500 คู่

ดังนั้น $A = 0$

พิจารณา B $B = \sum_{k=1}^{20} k^2 - \sum_{k=1}^2 k^2$

$$= \frac{20(21)(41)}{6} - 5 = 2865$$

ดังนั้น $B = 2865$

พิจารณา C $C = \frac{100(101)}{2}$

$$= 5050$$

ดังนั้น $C = 5050$

พิจารณา D
$$D = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$= 2 \left(\frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 2$$

ดังนั้น $D = 2$

จะได้ $A + B + C + D = 0 + 2865 + 5050 + 2 = 7917$

ตอบ

1.

ข้อ 24.

พิจารณา $A = 2^{48} = (2^8)^6 = 256^6$

พิจารณา $B = 3^{36} = (3^6)^6 = 729^6$

พิจารณา $C = 5^{24} = (5^4)^6 = 625^6$

จะได้ $B > C > A$

ดังนั้น $\frac{1}{B} < \frac{1}{C} < \frac{1}{A}$

ตอบข้อ 4.

ข้อ 25.

พิจารณาว่า 361 คือตัวเลขใด $a_n = 1 + (n - 1)2 = 361$

$$n = 179$$

พิจารณาว่า 361 อยู่ในแถวใด

จาก แถวที่ 1 มีสมาชิก 1 ตัว

แถวที่ 2 มีสมาชิก 2 ตัว

แถวที่ 3 มีสมาชิก 3 ตัว

ดังนั้น ตำแหน่งที่ 179 อยู่ในแถว : $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$190 = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$380 = n^2 + n$$

$$(n + 20)(n - 19) = 0$$

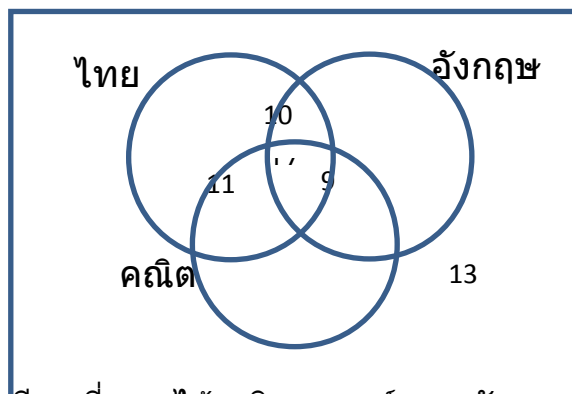
$$n = 19$$

ดังนั้น 179 อยู่ในแถวที่ 19

ตอบข้อ 2.

ข้อ 26.

จากโจทย์สามารถแผนภาพเซตได้ดังรูป



ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่สอบได้คณิตศาสตร์ และอังกฤษ คือ $11 + 9 = 20$ คน

ตอบ 26

ข้อ 27.

พิจารณา s

ยกกำลังสองสองข้างของสมการ จะได้

$$(x + 1) + 2\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + 3x - 1 = 7x - 1$$

$$2\sqrt{3x^2 + 2x - 1} = 3x - 1$$

$$12x^2 + 8x - 4 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 0$$

$$(3x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x = \frac{1}{3}, -5 \quad \text{แต่ } x \text{ เป็น } -5 \text{ ไม่ได้ เนื่องจากใน}$$

รูท ห้ามติดลบ

จะได้ $x = \frac{1}{3}$

พิจารณา T

เมื่อ $x = \frac{1}{3}$ จะได้ $y = 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = 2$

ดังนั้น ผลบวกของสมาชิก คือ 2

ตอบ 2

ข้อ 28.

$$(f_1 \circ g)(x) + (f_2 \circ h)(x) = g(x) + 1 + h(x) - 1 = 2$$

$$g(x) + h(x) = 2$$

$$g(x) = 2 - h(x) \quad \text{---(1)}$$

$$(f_3 \circ g)(x) - (f_4 \circ h)(x) = g^2(x) + 4 - h^2(x) + 4 = 4x$$

นำ (1) แทนในสมการข้างต้น $4 - 4h(x) + h^2(x) + 4 - h^2(x) + 4 = 4x$

$$4h(x) = 12 - 4x$$

$$h(x) = 3 - x$$

$$g(x) = 2 - 3 + x = x - 1$$

ดังนั้น $(g \circ h)(1) = g(h)(1) = g(2) = 1$

ตอบ 1

ข้อ 29.

$$\text{จาก } \cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \sum_{n=1}^{44} \cos n^\circ &= \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 44^\circ \\ &= 2\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{43}{2}\right)^\circ + 2\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{41}{2}\right)^\circ + \dots + 2\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{1}{2}\right)^\circ \\ &= 2\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ (\cos\left(\frac{43}{2}\right)^\circ + \cos\left(\frac{41}{2}\right)^\circ + \dots + \cos\left(\frac{1}{2}\right)^\circ) \\ &= \cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \end{aligned}$$

$$\text{จาก } \sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \sum_{n=1}^{44} \sin n^\circ &= \sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \dots + \sin 44^\circ \\ &= 2\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{43}{2}\right)^\circ + 2\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{41}{2}\right)^\circ + \dots + 2\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{1}{2}\right)^\circ \\ &= 2\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ (\cos\left(\frac{43}{2}\right)^\circ + \cos\left(\frac{41}{2}\right)^\circ + \dots + \cos\left(\frac{1}{2}\right)^\circ) \\ &= \sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\sum_{n=1}^{44} \cos n^\circ}{\sum_{n=1}^{44} \sin n^\circ} = \frac{\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}{\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ} = \frac{\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}{\cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}$$

$$= \frac{\cos^2\left(\frac{45}{2}\right)^\circ - \sin^2\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}{\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}$$

$$= \frac{2(\cos^2\left(\frac{45}{2}\right)^\circ - \sin^2\left(\frac{45}{2}\right)^\circ)}{2\sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ \cos\left(\frac{45}{2}\right)^\circ}$$

$$= \frac{2\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 2$$

ตอบ

ข้อ 30.

พิจารณา $5^a + 4 = 3 \cdot 5^a$

$$1 + \frac{4}{5^a} = 3$$

$$\frac{4}{5^a} = 2$$

$$\frac{2}{5^a} = 1$$

ดังนั้น $5^a = 2$

พิจารณา $3b = 6 + 5^a + b$

$$2b = 8$$

ดังนั้น $b = 4$

พิจารณา $3d = 3 + 2d$

ดังนั้น $d = 3$

พิจารณา $3 \cdot 2^c = d - 1 + 2^c$

$$3 \cdot 2^c = 2 + 2^c$$

$$3 = \frac{2}{2^c} + 1$$

$$2 = \frac{2}{2^c}$$

$$2^c = 1$$

ดังนั้น $c = 0$

จะได้ว่า $b + c = 4 + 0 = 4$

ตอบ

4

ข้อ 31.

จากโจทย์ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$t^2 A^{-1} = \begin{bmatrix} dt & -bt \\ -ct & at \end{bmatrix}$$

พิจารณา $\det(A + t^2 A^{-1}) = \begin{vmatrix} a + dt & b(1-t) \\ c(1-t) & d + at \end{vmatrix} = 0$

จะได้ว่า $(a + dt)(d + at) - bc(1-t)^2 = 0$

$$ad + a^2t + d^2t + adt^2 - bc(1-t)^2 = 0$$

$$ad + a^2t + d^2t + adt^2 - bc + 2bct - bct^2 = 0$$

เนื่องจาก $\det(A) = ad - bc = t$ จะได้ว่า

$$t + a^2t + d^2t + 2bct + t^3 = 0$$

$$1 + a^2 + d^2 + 2bc + t^2 = 0$$

เนื่องจาก $bc = ad - t$ จะได้ว่า

$$1 + a^2 + d^2 + 2ad - 2t + t^2 = 0$$

$$(a + d)^2 + (t - 1)^2 = 0$$

ดังนั้น $a + d = 0$ และ $t - 1 = 0$

นั่นคือ $t = 1$

พิจารณา $\det(A - t^2 A^{-1}) = \begin{vmatrix} a - dt & b(1+t) \\ c(1+t) & d - at \end{vmatrix} = 0$

จะได้ว่า $= (a - dt)(d - at) - bc(1+t)^2$

$$= ad - a^2t - d^2t + adt^2 - bc(1+t)^2$$

$$= ad - a^2t - d^2t + adt^2 - bc - 2bct - bct^2$$

จาก $ad - bc = t$ จะได้ว่า

$$= t - a^2t - d^2t + t^3 - 2bct$$

แทนค่า $t = 1$

$$= 1 - a^2 - d^2 + 1 - 2bc$$

เนื่องจาก $bc = ad - t$ จะได้ว่า

$$= 1 - a^2 - d^2 + 1 - 2ad + 2$$

$$= 4 - (a^2 + d^2 + 2ad)$$

$$= 4 - (a + d)^2$$

แต่ $a + d = 0$ จะได้ว่า

$$\det(A - t^2 A^{-1}) = 4 - 0 = 4$$

ตอบ 4

ข้อ 32.

ให้ $\bar{w} = x\bar{i} + y\bar{j}$

$$\bar{u} \cdot \bar{w} = 2x - 5y = -11 \quad \text{---(1)}$$

$$\bar{v} \cdot \bar{w} = x + 2y = 8 \quad \text{---(2)}$$

(2)×2; $2x + 4y = 16 \quad \text{---(3)}$

(3)-(1); $9y = 27$

$$y = 3$$

$$x = 2$$

ดังนั้น $\bar{w} = 2\bar{i} + 3\bar{j}$

กำหนดให้ $\bar{z} = 5\bar{i} + \bar{j}$

$$\bar{z} \cdot \bar{w} = |\bar{z}||\bar{w}|\cos\theta = 13$$

$$= \sqrt{26}\sqrt{13}\cos\theta = 13$$

$$\cos\theta = \frac{13}{\sqrt{13}\sqrt{26}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ดังนั้น $\theta = 45^\circ$

จะได้ว่า $\tan 45^\circ + \sin 90^\circ = 1 + 1 = 2$

ตอบ

2

ข้อ 33.

จาก $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)^n = 1$

จะได้ว่า $\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^n = 1$

ดังนั้น $\cos \frac{n\pi}{4} + i \sin \frac{n\pi}{4} = 1$

$$\cos \frac{n\pi}{4} = 1$$

$$\frac{n}{4} = 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$n = 8, 16, 24, \dots$$

ดังนั้น n ที่น้อยที่สุด คือ 8

ตอบ 8

ข้อ 34.

จากโจทย์จะได้ว่า $a_1 = 100$

ดังนั้น $a_1 + a_2 = 4a_2$

จะได้ $a_2 = \frac{100}{3}$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 9a_3$$

จะได้ $a_3 = \frac{100 + \frac{100}{3}}{8} = \frac{100}{6}$

ดังนั้น $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 100 + \frac{100}{3} + \frac{100}{6} + \dots + \frac{100}{\frac{n^2+n}{2}}$

จะได้ว่า

$$n^2 a_n = \frac{100n^2}{\frac{n^2+n}{2}} = \frac{200n^2}{n^2+n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{200n^2}{n^2+n} = 200$$

ตอบ 200

ข้อ 35.

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_9) - (a_1 + a_2 + \dots + a_7) = a_8 + a_9$$

จะได้

$$a_8 + a_9 = a_{108}$$

$$\frac{8\beta-7}{10} + \frac{9\beta-7}{11} = \frac{108\beta-7}{110}$$

$$88\beta - 77 + 90\beta - 70 = 108\beta - 7$$

$$70\beta = 140$$

$$\beta = 2$$

ดังนั้น

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-7}{n+2} = 2$$

ตอบ

2

ข้อ 36.

จากโจทย์จะได้ว่า กำไรคือ $f(x) = 200x - x^3 + 450x^2 - 60200x - 10000$

$$= -x^3 + 450x^2 - 60000x - 10000$$

$$f'(x) = -3x^2 + 900x - 60000$$

$$= -x^2 + 300x - 20000$$

พิจารณา $f'(x) = 0$

จะได้ $-x^2 + 300x - 20000 = 0$

$$x^2 - 300x + 20000 = 0$$

$$(x - 200)(x - 100) = 0$$

$$x = 100, 200$$

พิจารณา $f''(x) = -6x + 900$

$$f''(100) = -6(100) + 900 = 300$$

$$f''(200) = -6(200) + 900 = -300$$

แสดงว่าจุดที่ $x = 200$ เป็นจุดสูงสุด

ตอบ 200

ข้อ 37.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f'(1) = 2a + b = 4 \quad \text{---(1)}$$

$$f(1) = a + b + c = 2 \quad \text{---(2)}$$

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx \Big|_{-1}^2$$

$$= \frac{8}{3}a + 2b + 2c + \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + c = 12$$

จะได้ $3a + \frac{3b}{2} + 3c = 12$

$$a + \frac{b}{2} + c = 4 \quad \text{---(3)}$$

(2) - (3); $\frac{b}{2} = -2$

$$b = -4$$

$$a = 4$$

$$c = 2$$

ดังนั้น $f(x) = 4x^2 - 4x + 2$

$$f'(x) = 8x - 4$$

$$f''(x) = 8$$

$$f(-1) = 4 + 4 + 2 = 10$$

$$f''(-1) = 8$$

จะได้ $f(-1) + f''(-1) = 10 + 8 = 18$

ตอบ 18

ข้อ 38.

$$f'(x) = 2 - 2x$$

$$f'(2) = 2 - 4 = -2$$

$$f(x) = 2x - x^2 + c$$

x ที่จุดสูงสุด คือ $2 - 2x = 0$

$$x = 1$$

นั่นคือ $f(1) = 2 - 1 + c = 5$

$$c = 4$$

จะได้ $f(x) = 2x - x^2 + 4$

$$f(2) = 4 - 4 + 4 = 4$$

จาก $h(x) = f(x)g(x)$

$$h'(x) = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

$$h'(2) = f(2)g'(2) + g(2)f'(2)$$

$$= 4(5) + 5(-2) = 10$$

ตอบ 10

ข้อ 39.

จากโจทย์ พิจารณา $\frac{1}{a_n}$

$$\frac{1}{a_n} = \frac{\sqrt{1+(1+\frac{1}{n})^2} - \sqrt{1+(1-\frac{1}{n})^2}}{(1+(1+\frac{1}{n})^2) - (1+(1-\frac{1}{n})^2)}$$

$$\frac{1}{a_n} = n \left(\frac{\sqrt{1+(1+\frac{1}{n})^2} - \sqrt{1+(1-\frac{1}{n})^2}}{4} \right)$$

ดังนั้น

$$\frac{1}{a_1} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{1}}{4}$$

$$\frac{1}{a_2} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{5}}{4}$$

...

$$\frac{1}{a_{20}} = \frac{\sqrt{841} - \sqrt{761}}{4}$$

จะได้ $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{20}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{1}}{4} + \frac{\sqrt{13} - \sqrt{5}}{4} + \dots + \frac{\sqrt{841} - \sqrt{761}}{4}$

$$= \frac{-\sqrt{1} + \sqrt{841}}{4}$$

$$= \frac{-1 + 29}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

ตอบ 7

ข้อ 40.

พิจารณา $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k(n^5+n)+3n^4+2}{(n+2)^5} = k$

จะได้ $k = 15 + 6 + \frac{12}{5} + \dots + 15 \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + \dots$

$$k = \frac{15}{1-\frac{2}{5}} = 25$$

ข้อ 41.

เราสามารถแบ่งวิธีการทำให้ได้ 45 คะแนนดังนี้

กรณี 1 ข้อ 1-10 ทำถูก 9 ข้อ ข้อ 11-20 ทำถูก 9 ข้อ

$$\text{จะได้ } \binom{10}{9} \binom{10}{9} = 100 \text{ วิธี}$$

กรณี 2 ข้อ 1-10 ทำถูก 10 ข้อ ข้อ 11-20 ทำถูก 5 ข้อ

$$\text{จะได้ } \binom{10}{10} \binom{10}{5} = 252 \text{ วิธี}$$

รวมทั้งสิ้น $100+252 = 352$ วิธี

ตอบ 352

ข้อ 42.

พิจารณาสับเซตที่ผลรวมเป็นพหุคูณของ 5 และสมาชิก 8 ตัว ได้แก่

กรณี 1 จำนวนที่บวกกันได้ 50 โดยสมาชิกที่ตัดออกไปสองตัว มีผลบวกเป็น 5 จะได้การตัดดังนี้

(1,4) ,(2,3)

รวม 2 วิธี

กรณี 2 จำนวนที่บวกกันได้ 45 โดยสมาชิกที่ตัดออกไปสองตัว มีผลบวกเป็น 10 จะได้การตัดดังนี้

(1,9) ,(2,8) , (3,7) ,(4,6)

รวม 4 วิธี

กรณี 3 จำนวนที่บวกกันได้ 40 โดยสมาชิกที่ตัดออกไปสองตัว มีผลบวกเป็น 15 จะได้การตัดดังนี้

(5,10) ,(6,9) , (7,8)

รวม 3 วิธี

รวมทั้งสิ้น $2+4+3 = 9$ วิธี

ข้อ 43.

สัมประสิทธิ์การแปรผัน คือ $\frac{SD}{\bar{x}}$

จะได้ว่า $\frac{SD}{\bar{x}} = \frac{20}{100} = \frac{2}{10}$

$$5SD = \bar{x}$$

ดังนั้น $\frac{x-\bar{x}}{SD} = \frac{55-5SD}{SD} = 0.5$

$$55 - 5SD = 0.5SD$$

$$55 = 5.5SD$$

$$SD = 10$$

$$\bar{x} = 50$$

ตอบ 50

ข้อ 44.

จากสูตรหาค่ามัธยฐาน คือ $L + \frac{I(\frac{n}{2}-f_l)}{f_m}$

เมื่อ L คือ ขอบล่างของชั้นที่มัธยฐานตกอยู่

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มัธยฐานตกอยู่

f_l คือ ความถี่สะสมในชั้นต่ำกว่าที่มัธยฐานตกอยู่

f_m คือ ความถี่ในชั้นที่มัธยฐานตกอยู่

จะได้ว่า $57 = 49.5 + \frac{10(\frac{n}{2}-12)}{8}$

$$456 = 396 + 5n - 120$$

$$n = 36$$

ตอบ 36

ข้อ 45.

อย่างน้อย 4 จุด จะได้ดังรูป



ตอบ 4

ข้อ 46.

จากโจทย์ คือ

			7				x				8		
--	--	--	---	--	--	--	---	--	--	--	---	--	--

วิธีการเติมตาราง

สมมติให้ช่องแรก ช่องสอง และช่องสาม คือ x, y, z ตามลำดับ

จะได้ว่า $x + y + z = 18$

$$y + z = 11$$

ดังนั้น $x = 7$

จะเห็นได้ว่า ลำดับซ้ายขวาจะมีลักษณะใกล้เคียงกัน ดังนั้นให้ $y = 3$ และ $z = 8$

เมื่อเติมตารางจะได้ดังรูป

7	3	8	7	3	8	7	3	8	7	3	8	7	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

นั่นคือ $x = 3$

ตอบ

3

ข้อ 47.

กำหนดให้ t คือผลบวก แต่ละหลัก

พิจารณา ผลบวก $1+2+3+\dots+16 = 8(17)=136$

พิจารณาผลบวก 4 ตัวกลาง คือ $1+5+x+13$

จะได้ว่า $4t = 2(1+5+x+13)+\text{ผลบวกตัวที่เหลือ}$

ดังนั้น $8(17) = 4t - (1+5+x+13)$

พิจารณา หา x ที่ทำให้ $1+5+x+13$ หาร 4 ลงตัว

จะได้ $x = 9$

ตอบ 9

ข้อ 48.

จากโจทย์สามารถเติมตารางได้เป็น

3	5	4	2	1
1	3	2	5	4
4	1	5	3	2
2	4	3	1	5
5	2	1	4	3

นั่นคือ $x = 3$

3

ตอบ

ข้อ 49.

$$8 \otimes 5 = 5 \otimes 8$$

$$\frac{5 \otimes 8}{5 \otimes 3} = \frac{5 \otimes (5+3)}{5 \otimes 3}$$

$$\frac{5 \otimes 8}{5 \otimes 3} = \frac{8}{3}$$

$$5 \otimes 8 = \frac{8}{3} (5 \otimes 3)$$

$$\frac{3 \otimes 5}{3 \otimes 2} = \frac{3 \otimes (3+2)}{3 \otimes 2}$$

$$\frac{3 \otimes 5}{3 \otimes 2} = \frac{5}{2}$$

$$3 \otimes 5 = \frac{5}{2} (3 \otimes 2)$$

$$3 \otimes 2 = 2 \otimes 3$$

$$\frac{2 \otimes 3}{2 \otimes 1} = \frac{2 \otimes (2+1)}{2 \otimes 1}$$

$$2 \otimes 3 = 3(2 \otimes 1)$$

$$2 \otimes 1 = 1 \otimes 2$$

$$\frac{1 \otimes 2}{1 \otimes 1} = \frac{1 \otimes (1+1)}{1 \otimes 1}$$

$$\frac{1 \otimes 2}{1 \otimes 1} = 2$$

$$1 \otimes 2 = 2(1 + 1) = 10$$

ดังนั้น $5 \otimes 8 = \frac{8}{3} \left(\frac{5}{2} (3(10)) \right) = 200$

พิจารณา $200 \otimes 100 = 100 \otimes 200$

$$\frac{100 \otimes 200}{100 \otimes 100} = \frac{100 \otimes (100+100)}{100 \otimes 100}$$

$$100 \otimes 200 = \frac{200}{100} (100 \otimes 100)$$

$$100 \otimes 200 = 2(100 + 4) = 208$$

ตอบ 208

พิจารณา 2012 อยู่ในลำดับใด

$$2012 = 2 + (n - 1)3$$

$$2010 = (n - 1)3$$

$$n - 1 = 670$$

$$n = 671$$

พิจารณา 2012 ลำดับที่ 671 อยู่ในแถวใด

$$3n + 5n > 671$$

$$8n > 671$$

$$n > 83$$

พิจารณา แถวที่ 83 ----- จบที่ลำดับ 664

แถวที่ 84 ---- จบที่ลำดับ 667

แถวที่ 85 ----- นั่นคือ _ 671 670 669 668

ดังนั้น 2012 อยู่ในหลักที่ 2

ตอบ 2



วางแผนแล้ววันนี้!

หนังสือเตรียมสอบ GAT เชื่อมโยง ที่อ่านสนุกที่สุด
GAT จะกลายเป็นเรื่องง่าย ด้วยวิธีทำอย่างละเอียด
ครบทุกขั้นตอนตั้งแต่จำแนกความสัมพัทธ์

ไปจนถึงตรวจคำตอบ

หาซื้อได้ที่

ร้านนายอินทร์ , ร้าน se-ed และร้านหนังสือหนังสือชั้นนำทั่วไป
ราคาเพียง 129 บาท เท่านั้น