ข้อ 1.

จากโจทย์จะได้ว่า r เป็นจริง

p เป็นจริง

พิจารณา 1. เป็นจริงเสมอ ไม่ว่า q เป็นจริงหรือเท็จ

พิจารณา 2. เป็นจริงเสมอ ไม่ว่า q เป็นจริงหรือเท็จ

พิจารณา 3. เป็นเท็จเสมอ ไม่ว่า q เป็นจริงหรือเท็จ

พิจารณา 4. เป็นจริงเมื่อ q เป็นจริง และเป็นเท็จ เมื่อ q เป็นเท็จ

ดังนั้น ข้อ 3. มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตอบ 3

ข้อ 2.

พิจารณา ก. $(cosx)^{sinx} < (sinx)^{cosx}$

ในช่วง $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ ค่า sin มีค่าน้อย และเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ตั้งแต่ $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

ค่า cos มีค่ามาก และลดลงเรื่อยๆ ตั้งแต่ $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$

ดังนั้น $(cosx)^{sinx} < (sinx)^{cosx}$ เสมอ

พิจารณา ข. เลขชี้กำลังเท่ากัน ดังนั้น $cosx < sinx$

$$1 < tanx$$

$$tan\frac{\pi}{4} = 1\ , tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

ดังนั้น ในช่วง $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ จะมีค่าเพิ่มจาก 1 ขึ้นเรื่อยๆ

นั่นคือ ข.ผิด เพราะมีค่าความจริงเป็นจริง เช่น $x = \frac{\pi}{3}$

ตอบ 2

ข้อ 3.

จัดรูป r จากโจทย์ จะได้

$$25x^4 - 10x^2 + 16y^2 - 8y + 2 = 0$$

$$(5x^2)^2 - 2(5x^2)(1) + 1^2 + (4y)^2 - 2(4y)(1) + 1^2 + 2 - 1 - 1 = 0$$

$$(5x^2 - 1)^2 + (4y - 1)^2 = 0$$

สมการจะเป็นจริงเมื่อ $(5x^2 - 1)^2 = 0$ และ $(4y - 1)^2 = 0$

จะได้ $x = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$ $y = \frac{1}{4}$

ดังนั้น r เป็นฟังก์ชัน มีสมาชิก คือ $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{4}\right), \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{4}\right)$

$D_r = \{\sqrt{\frac{1}{5}}, -\sqrt{\frac{1}{5}}\}$ $R_r = \frac{1}{4}$

$D_r \neq R_r$

ดังนั้น ก. ผิด แต่ ข. ถูก

ตอบ 3

ข้อ 4.

จากโจทย์ $xyz = 2$

$$z = \frac{2}{xy}$$

จะได้ $x + \frac{1}{z} = 32$

$$x + \frac{1}{\frac{2}{xy}} = 32$$

$$x + \frac{xy}{2} = 32 \quad \text{--(1)}$$

และ $y + \frac{1}{x} = 81$ --(2)

จาก (1) $2x + xy = 64$ --(3)

จาก (2) $xy + 1 = 81x$ --(4)

(3)-(4) $2x - 1 = 64 - 81x$

$$83x = 65$$

$$x = \frac{65}{83}$$

$$y = \frac{5182}{65}$$

$$z = \frac{83}{2591}$$

ดังนั้น $z + \frac{1}{y} = \frac{231}{5182}$

$$|p - q| = 4951$$

ตอบ 3

ข้อ 5.

พิจารณา หา f(x)

ให้ $a = \frac{1-x}{1+x}$

$$a + ax = 1 - x$$

$$ax + x = 1 - a$$

$$x = \frac{1-a}{1+a}$$

จะได้ $f(a) = \frac{1-a}{1+a}$

ดังนั้น $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$

พิจารณา 1. $$f(f(x)) = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-\left(\frac{1-x}{1+x}\right)}{1+\left(\frac{1-x}{1+x}\right)} = \frac{2x}{2} = x$$

ดังนั้น 1.ผิด

พิจารณา 2. $$f(-x) = \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$f\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = \frac{1-\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}{1+\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = \frac{-2x}{2} = -x$$

ดังนั้น 2.ผิด

พิจารณา 3. $$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1}$$

ดังนั้น 3.ผิด

พิจารณา 4. $$f(-2-x) = \frac{1-(-2-x)}{1+(-2-x)} = \frac{3+x}{-1-x}$$

$$-2-f(x) = -2-\frac{1-x}{1+x} = \frac{3+x}{-1-x}$$

แต่ x ต้องไม่เท่ากับ -1

ดังนั้น 4.ผิด

ตอบ ไม่มีข้อถูก

ข้อ 6.

กำหนดให้ด้านตรงข้ามมุม ABC คือ a,b,c ตามลำดับ

จะได้ $\frac{5a}{3} = \frac{13b}{12} = \frac{c}{SinC}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$$

$$c^2 = \frac{9c^2}{25sin^2C} + \frac{144c^2}{169sin^2C} - \frac{72c^2}{65sin^2C}CosC$$

$$4225(1 - Cos^2C) = 1521 + 3600 - 4680CosC$$

$$CosC = \frac{4680 \pm 2600}{8450}$$

$$= \frac{56}{65}, \frac{16}{65}$$

ตอบ 1.

ข้อ 7.

$$\cot(A + B) = \frac{cotAccotB - 1}{cotA + cotB}$$

ให้ $arccot7 + arccot13 = A$

$$arccot21 + arccot31 = B$$

$$\cot(A + B) = \frac{cotAccotB - 1}{cotA + cotB}$$

พิจารณา $cotA = \cot(arccot7 + arccot13)$

$$= \frac{7(13)-1}{7+13} = \frac{9}{2}$$

พิจารณา $$cotB = \cot(arccot21 + arccot31)$$

$$= \frac{21(31)-1}{21+31} = \frac{25}{2}$$

ดังนั้น $$\cot(A+B) = \frac{\left(\frac{9}{2}\right)\left(\frac{25}{2}\right)-1}{\frac{9}{2}+\frac{25}{2}} = \frac{13}{4}$$

ตอบ 2.

ข้อ 8.

พิจารณาหาจุด A และ B

จาก $$x - y + 2 = 0$$

$$x = y - 2$$

นำไปแทนในสมการวงกลม จะได้

$$(y-2)^2 + y^2 + 6(y-2) - 4y + 4 = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 + y^2 + 6y - 12 - 4y + 4 = 0$$

$$2y^2 - 2y - 4 = 0$$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

$$(y-2)(y-1) = 0$$

จะได้ $y=2, x=0$ และ $y=-1, x=-3$

นั่นคือ $A(0,2)\quad B(-3,-1)$

พาราโบลาที่มี แกน y=2 จะได้ $(y-k)^2=4c(x-h)$

$$(y-2)^2=4c(x-h)$$

นำ A ไปแทน จะได้ $0=4c(0-h)$

จะได้ $h=0$ เนื่องจาก $c\neq 0$

นำ B ไปแทน จะได้ $9=4c(-3)$

$$c=\frac{-9}{12}=\frac{-3}{4}$$

ดังนั้น โฟกัส (a,b) คือ $(\frac{-3}{4},2)$

จะได้ $a+b=\frac{-3}{4}+2=\frac{5}{4}$

ตอบ 4.

ข้อ 9.

พิจารณา ก. จัดรูปสมการไฮเพอร์โบลาใหม่ จะได้

$$4(x^2+6x)-25(y^2+4y)-164=0$$

$$4(x^2+2(3)(x)+3^2)-25(y^2+2(2)(y)+2^2)-164-36+100=0$$

$$4(x+3)^2-25(y+2)^2-100=0$$

$$\frac{(x+3)^2}{25}-\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

จุดยอด คือ (-8,-2) และ (2,-2)

จัดรูปสมการวงรีใหม่ จะได้

$$4(x^2+6x)+25(y^2+4y)+36=0$$

$$4(x^2+2(3)(x)+3^2)+25(y^2+2(2)(y)+2^2)+36-36-100=0$$

$$4(x+3)^2+25(y+2)^2-100=0$$

$$\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

จุดยอด คือ (-8,-2) และ (2,-2)

ดังนั้น ก.ถูก

พิจารณา ข. จัดรูปสมการวงรีใหม่ จะได้ดังข้อ ก. คือ

$$\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

จุดยอด คือ (-8,-2) และ (2,-2)

พิจารณาจุด (-8,-2) โดยนำไปแทน จะได้

$$4-8+32+12=0$$ ไม่เป็นจริง

แสดงว่า (-8,-2) ไม่ได้อยู่บนพาราโบลา

พิจารณาจุด (2,-2) โดยนำไปแทน จะได้

$$4-8-8+12=0$$ เป็นจริง

แสดงว่า (2,-2) อยู่บนพาราโบลา

ดังนั้น ข. ถูก

ตอบ 1.

ข้อ 10.

จากโจทย์ $2(log_3 x-1)^{\frac{1}{2}}-3log_3 x+3+1>0$

$2(log_3 x-1)^{\frac{1}{2}}-3(log_3 x-1)+1>0$

$(log_3 x-1)-2(log_3 x-1)^{\frac{1}{2}}-1<0$

$[3(log_3 x-1)+1][(log_3 x-1)-1]<0$

จะได้ $3(log_3 x-1)+1=0$

$log_3 x=\frac{2}{3}$

$x=3^{\frac{2}{3}}$

และ $(log_3 x-1)-1=0$

$log_3 x=2$

$x=3^2$

ดังนั้น $A=(3^{\frac{2}{3}},9)$ ซึ่ง $3^{\frac{2}{3}}>2$

$A\subset(2,9)$

ตอบ 4.

ข้อ 11.

พิจารณา A $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2+3x+7} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4x+22}$

จะได้ $2x^2+3x+7 > 4x+22$ เนื่อ งจาก $\frac{1}{2} < 1$

$$2x^2 - x - 15 > 0$$

$$(2x+5)(x-3) > 0$$

$$A = (-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (3, \infty)$$

พิจารณา B $\frac{x^2-6x+5}{x+1} \geq 0$

$$\frac{(x-5)(x-1)}{x+1} \geq 0$$

$$B = (-1,1] \cup [5, \infty)$$

ดังนั้น $B \cap A' = (-1,1]$ ซึ่งเป็นสับเซตของ $-1 \leq x < 2$

ตอบ 2.

ข้อ 12.

พิจารณาหาค่า x ; $2x^2 - x = 3$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = -1, \frac{3}{2}$$

แต่เนื่องจาก x เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น x = -1

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$BA + BA^{-1} = B(A + A^{-1}) = 2I$$

$$\det\left(B(A + A^{-1})\right) = \det(2I)$$

$$\det(2I) = 2^2 detI = 4$$

$$\det\left(B(A + A^{-1})\right) = detB.det(A + A^{-1})$$

พิจารณา $A + A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 - \frac{1}{3} & 1 - \frac{1}{3} \\ -1 + \frac{1}{3} & -1 - \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$

$$det(A + A^{-1}) = \frac{35}{9} + \frac{4}{9} = \frac{39}{9}$$

ดังนั้น $detB = \frac{4.9}{39} = \frac{36}{39} = \frac{12}{13}$

$\frac{12}{13} \in [0,1]$

ตอบ 3.

ข้อ 13.

จาก $|az+b| = |\bar{b}z+\bar{a}|$

ดังนั้น $|az+b|^2 = |\bar{b}z+\bar{a}|^2$

จะได้ $(az+b)\overline{(az+b)} = (\bar{b}z+\bar{a})\overline{(\bar{b}z+\bar{a})}$

$$a\bar{a}z\bar{z} + az\bar{b} + \bar{a}\bar{z}b + b\bar{b} = b\bar{b}z\bar{z} + az\bar{b} + \bar{a}\bar{z}b + a\bar{a}$$

$a\bar{a}z\bar{z} + b\bar{b} = b\bar{b}z\bar{z} + a\bar{a}$

$|a|^2|z|^2 + |b|^2 = |b|^2|z|^2 + |a|^2$

$|z|^2(|a|^2 - |b|^2) = |a|^2 - |b|^2$

$|z|^2 = 1$

$|z| = 1$

ตอบ 1.

ข้อ 14.

ถ้า $x-1+i$ เป็นตัวประกอบ แสดงว่า $x-1-i$ เป็นตัวประกอบด้วย

$(x-1+i)(x-1-i) = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$

$(x^3+ax^2+4x+b)\div(x^2-2x+2)=x+(a+2)$ เศษ $(6+2a)x+b-2(a+2)$

แต่เนื่องจากหารลงตัว ดังนั้น $6+2a=0$

$a=-3$

และ $b-2(a+2)=0$

$b=-2$

ดังนั้น $a^2+b^2=9+4=13$

ตอบ 2.

ข้อ 15.

$|\bar{u}+\bar{v}|^2=|\bar{u}|^2+2\bar{u}.\bar{v}+|\bar{v}|^2$

พิจารณา $\bar{u}.\bar{v}=|\bar{u}||\bar{v}|cos\theta$

$=(1)(3)cos60^\circ$

$=\frac{3}{2}$

ดังนั้น $|\bar{u}+\bar{v}|=\sqrt{1+3+9}=\sqrt{13}$

$|2\bar{u}-\bar{v}|^2=4|\bar{u}|^2-4\bar{u}.\bar{v}+|\bar{v}|^2$

$=4-6+9=7$

จะได้ $|2\bar{u}-\bar{v}|=\sqrt{7}$

ดังนั้น $\frac{|\bar{u}+\bar{v}|}{|2\bar{u}-\bar{v}|}=\sqrt{\frac{13}{7}}$

ตอบ 2.

ข้อ 16.

$$a_{101}=a_{100+1}=100^2-a_{100}$$

$$a_{100}=a_{99+1}=99^2-a_{99}$$

$$a_{99}=a_{98+1}=98^2-a_{98}$$

ดังนั้น $a_{101}=100^2-(99^2-a_{99})=100^2-99^2+a_{99}$

$$=100^2-99^2+98^2-a_{98}$$

$$=100^2-99^2+98^2-\cdots-1^2+a_1=5100$$

พิจารณา $1^2+3^2+\cdots+99^2=\sum_{n=1}^{50}(2n-1)^2$

$$=\sum_{n=1}^{50}4n^2-4n+1$$

$$=\frac{4(50)(51)(101)}{6}-\frac{4(50)(51)}{2}+50=166650$$

พิจารณา $2^2+4^2+\cdots+98^2=\sum_{n=1}^{49}(2n)^2$

$$= \sum_{n=1}^{49} 4n^2$$

$$= \frac{4(49)(50)(99)}{6} = 161700$$

จะได้ได้ $10000 - 166650 + 161700 + a_1 = 5100$

$$a_1 = 50$$

ตอบ **1.**

ข้อ 17.

$2b - 1 - 2a - 1 = 3b - a - 2b + 1$

$2b - 2a - 2 = b - a + 1$

$b - a - 3 = 0$ -----(1)

$3b - a - 2b + 1 = a + 3b - ab + a$

$b - a + 1 = 2a$

$b - 3a + 1 = 0$ -----(2)

(1)-(2) ; $2a - 4 = 0$

$a = 2$

$b = 5$

ลำดับเลขคณิต คือ 5, 9, 13,17 มี d=4

ดังนั้น $a_{1000} = 5 + 999(4) = 4001$

ตอบ **3.**

ข้อ 18.

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^3+x^2}+x}{x^2}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^3+x^2}+x}{x^2}\left(\frac{\sqrt{x^3+x^2}-x}{\sqrt{x^3+x^2}-x}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^3+x^2-x^2}{x^2\sqrt{x^3+x^2}-x^3}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^3}{x^2\sqrt{x^3+x^2}-x^3}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{\sqrt{x^3+x^2}-x}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{|x|\sqrt{x+1}+x}$$

X เข้าสู่ 0 ทางซ้ายจะได้ $\lim_{x\to 0^-}\frac{x}{-x\sqrt{x+1}-x}=\frac{-1}{2}$

ตอบ **1.**

ข้อ 19.

$$f'(x)=\frac{ax^2}{2}+bx+c$$

$$f'(1)=\frac{a^2}{2}+b+c=0 \quad \text{---(1)}$$

$$f(x)=\frac{ax^3}{6}+\frac{bx^2}{2}+cx+d$$

$$f(0)=d=2$$

$$f(x)=\frac{ax^3}{6}+\frac{bx^2}{2}+cx+2$$

$$f(1)=\frac{a}{6}+\frac{b}{2}+c+2=-5 \qquad \text{---(2)}$$

(1)-(2) ; $\frac{a}{2}+\frac{a}{6}+b-\frac{b}{2}-2=5$

$$2a+3b=42$$

ตอบ **3.**

ข้อ 20.

$$(fog)(x)=x$$

$$f\big(g(x)\big)=f\left(\frac{1}{2x+3}\right)=x$$

ให้ $a=\frac{1}{2x+3}$

$$x=\frac{1-3a}{2a}$$

จะได้ $f(a)=\frac{1-3a}{2a}$

$$f(x)=\frac{1-3x}{2x}$$

$$f'(x)=\frac{2x(-3)-2(1-3x)}{4x^2}$$

$$=\frac{-1}{2x^2}$$

$$f''(x)=\frac{1}{x^3}$$

$$f''\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=8$$

ตอบ 4.

ข้อ 21.

วิธีที่ได้ = วิธีโยนอิสระ – วิธีโยนที่หัวไม่ติดกันเลย

พิจารณาวิธีโยนที่หัวไม่ติดกันเลย

กรณี 1 หัว 0 เหรียญ ได้ 1 วิธี

กรณี 2 หัว 1 เหรียญ ได้ 10 วิธี

กรณี 3 หัว 2 เหรียญ ได้ $\binom{9}{2}=36$ วิธี

กรณี 4 หัว 3 เหรียญ ได้ $\binom{8}{3}=56$ วิธี

กรณี 5 หัว 4 เหรียญ ได้ $\binom{7}{4} = 35$ วิธี

กรณี 6 หัว 5 เหรียญ ได้ $\binom{6}{5} = 6$ วิธี

รวม 144 วิธี

พิจารณาวิธีโยนอิสระ คือ $2^{10} = 1024$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ได้หัวอย่างน้อย 2 ครั้งติดกัน คือ $\frac{1024-144}{1024} = \frac{880}{1024} = \frac{55}{64}$

ตอบ 4.

ข้อ 22.

ไม่มีคำตอบ

ข้อ 23.

พิจารณาโจทย์จะได้ว่า

มีคนได้คะแนนต่ำกว่านาย ก 27 คน จาก 30 คน

หรือมีคนได้คะแนนต่ำกว่านาย ก 9 คน จาก 10 คน

นั่นคือ D_9 พิจารณา ตำแหน่ง $D_9 = \frac{9(30)}{10} = 27$

เมื่อเขียนอันตรภาคชั้น ได้ดังนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม

1-10		
11-20		
…		
41-50		27-x
51-60	x+3	30

จะได้ $D_9 = 53 = 50.5 + 10\left(\frac{27-(27-x)}{x+3}\right)$

$$0.25 = \frac{x}{x+3}$$

$$x = 1$$

ดังนั้น คนที่ได้คะแนนในช่วง 51-60 มี 1+3 = 4 คน

ตอบ 2.

ข้อ 24.

พิจารณาหาความสูงของนักเรียนหญิงที่ P_{91}

$$1.34 = \frac{x-158}{4}$$

$$x = 163.36$$

พิจารณา z ที่ความสูง 163.36

$$z = \frac{163.36-169.06}{5} = -1.14$$

ดังนั้น พื้นที่ใต้โค้ง Z<-1.14 คือ 0.5-0.373 = 0.127

คิดเป็นร้อยละ 12.7

ตอบ 1.

ข้อ 25.

พิจารณาหา SD จะได้ $\frac{SD}{\bar{x}} = 0.2$

$$\text{SD} = 0.2(2500) = 500$$

พิจารณาพื้นที่ใต้โค้ง จะได้ว่า Z ต้องไม่เกิน -1.74

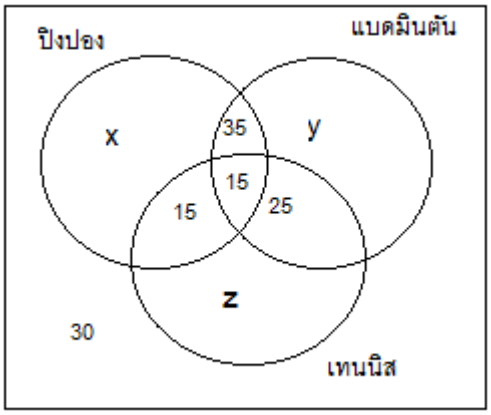
จะได้ $\frac{x-2500}{500} = -1.74$

$$\text{x} = 1630 \text{ ชั่วโมง}$$

เนื่องจากใช้หลอดไฟวันละ 5 ชั่วโมง คิดเป็น $\frac{1630}{5} = 326$ วัน

ตอบ 4.

ข้อ 26.



จากโจทย์จะได้ดังรูป

$x + y + z = 630$ ---(1)

$x + y + 35 = 250$ ---(2)

(1)-(2) ; $z = 630 - 250 + 35 = 415$

ตอบ 415

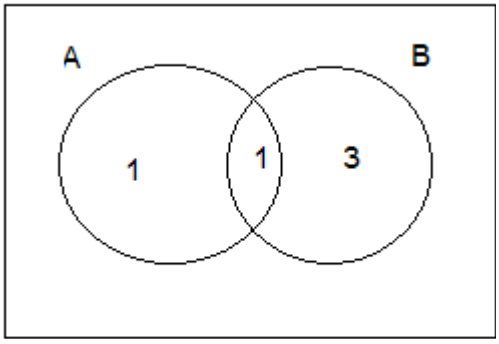
ข้อ 27.

$n(P(A)) = 4$ $\quad n(A) = 2$

$n(P(B)) = 16$ $\quad n(B) = 4$

$n(P(AUB)) = 32$ $\quad n(AUB) = 5$

จะได้



ดังนั้น $n(P(A)UP(B)) = 2^1 + 2^2 + 2^3 = 14$

ตอบ 14

ข้อ 28.

$f(3) = 0$ จะได้ $\frac{3^4 - 2(9) + 3a^2 - 75}{3^5 + 3b^2 - 270} = 0$

$$\frac{81-18+3a^2-75}{243+3b^2-270}=0$$

$$\frac{3a^2-12}{3b^2-27}=0$$

$$\frac{a^2-4}{b^2-9}=0$$

จะได้ $a=\pm 2, b\neq \pm 3$

$\sqrt{a^2-2ab+b^2}<3$ จะได้ $\sqrt{(a-b)^2}<3$

$$|a-b|<3$$

ดังนั้น สมาชิก $A\cap B=\{(2,4),(2,2),(2,1),(2,0),(-2,0),(-2,1),(-2,2),(-2,-4)\}$

รวมสมาชิก 8 ตัว

ตอบ 8

ข้อ 29.

พิจารณา A $(3^x)^2-\frac{34(15)^x}{15}+(5^x)^2=0$

$$15.(3^x)^2-34.(15)^x+15.(5^x)^2=0$$

$$(3.3^x-5.5^x)(5.3^x-3.5^x)=0$$

จะได้ $3.3^x=5.5^x$ หรือ $5.3^x=3.5^x$

X=-1 x=1

$A = \{-1,1\}$

พิจารณา B $\quad log_5\left(5^{\frac{1}{x}} + 125\right) = log_5 6 + log_5 5 + log_5 5^{\frac{1}{2x}}$

$$5^{\frac{1}{x}} + 125 = 6(5)_(5^{\frac{1}{2x}})$$

ให้ $5^{\frac{1}{2x}} = A$ จะได้ $\quad A^2 + 125 = 30A$

$$A^2 - 30A + 125 = 0$$

$$(A - 25)(A - 5) = 0$$

เมื่อ A=25 จะได้ $5^{\frac{1}{2x}} = 25$ ดังนั้น $x = \frac{1}{4}$

เมื่อ A=5 จะได้ $5^{\frac{1}{2x}} = 5$ ดังนั้น $x = \frac{1}{2}$

$A = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\}$

ดังนั้น $AUB = \{-1, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$ รวม 4 ตัว

ตอบ 4

ข้อ 30.

จากโจทย์จะได้ว่า $\quad log_2[(1 + tan1^\circ)(1 + tan2^\circ) \dots (1 + tan44^\circ)]$

พิจารณา $\quad (1 + tan1^\circ)(1 + tan2^\circ) \dots (1 + tan44^\circ)$

$$= \left(1+\frac{sin1^\circ}{cos1^\circ}\right)\left(1+\frac{sin2^\circ}{cos2^\circ}\right)\ldots\left(1+\frac{sin44^\circ}{cos44^\circ}\right)$$

$$= \frac{(cos1^\circ+sin1^\circ)(cos2^\circ+sin2^\circ)\ldots(cos44^\circ+sin44^\circ)}{cos1^\circ cos1^\circ\ldots cos44^\circ}$$

$$= \frac{(cos1^\circ+cos89^\circ)(cos2^\circ+cos88^\circ)\ldots(cos44^\circ+cos46^\circ)}{cos1^\circ cos1^\circ\ldots cos44^\circ}$$

$$= \frac{(2cos45^\circ cos44^\circ)(2cos45^\circ cos43^\circ)\ldots(2cos45^\circ cos1^\circ)}{cos1^\circ cos1^\circ\ldots cos44^\circ}$$

$$= 2^{44}(cos45^\circ)^{44} = 2^{44}.2^{-22} = 2^{22}$$

ดังนั้น $log_2 2^{22} = 22$

ตอบ 22

ข้อ 31.

$$3456 = ad + r \quad \text{---(1)}$$

$$2561 = bd + r \quad \text{---(2)}$$

$$1308 = cd + r \quad \text{---(3)}$$

(1)-(2); $815 = (a-b)d$

(1)-(3); $2148 = (a-c)d$

(2)-(3); $1253 = (b-c)d$

จากข้างบนจะได้ว่า 815 ,2148 ,1253 มี d หารลงตัว ดังนั้น หา หรม. ของ ทั้งสามตัว จะได้ 170

นั่นคือ d = 179

พิจารณา r จาก เศษที่เหลือจากการหารด้วย 179

นั่นคือ r = 55

ดังนั้น d+r = 179+55 =234

ตอบ 234

ข้อ 32.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

$$c^2 = 31c^2 - 2abcosC$$

$$30c^2 - 2abcosC = 0$$

$$cosC = \frac{30c^2}{2ab} = \frac{15c^2}{ab}$$

$$3tanC(cotA + cotB) = \frac{3sinC}{cosC}\left(\frac{cosA}{sinA} + \frac{cosB}{sinB}\right)$$

$$= \frac{3sinC}{cosC}\left(\frac{sinBcosA + cosBsinA}{sinAsinB}\right)$$

$$= \frac{3sinC}{cosC}\left(\frac{\sin(A+B)}{sinAsinB}\right)$$

พิจารณา $\sin(A + B) = \sin(180 - C) = sinC$

ดังนั้น $= \frac{3}{cosC}\left(\frac{sinC}{sinA}.\frac{sinC}{sinB}\right)$

จากกฎของไซน์ จะได้ $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{sinB} = \frac{c}{sinC}$

จะได้ $= \frac{3ab}{15c^2}\left(\frac{c}{a}.\frac{c}{b}\right)$

$= \frac{3}{15} = 0.2$

ตอบ 0.2

ข้อ 33.

พิจารณา $cosx = cos\left(\frac{x}{4}\right)$

$cosx - cos\left(\frac{x}{4}\right) = 0$

$-2sin\left(\frac{5x}{8}\right)sin\left(\frac{3x}{8}\right) = 0$

จะได้ $sin\left(\frac{5x}{8}\right) = 0$ หรือ $sin\left(\frac{3x}{8}\right) = 0$

พิจารณา $x \in (0,24\pi)$ เท่านั้น

ดังนั้น $sin\left(\frac{5x}{8}\right) = 0$ พิจารณา $\frac{5x}{8} \in (0,15\pi)$

จะได้ $\frac{5x}{8} = \{\pi, 2\pi, 3\pi, \dots, 14\pi\}$

$x = \{\frac{8\pi}{5}, \frac{16\pi}{5}, \frac{24\pi}{5}, \dots, \frac{112\pi}{5}, \}$

ดังนั้น $sin\left(\frac{3x}{8}\right) = 0$ พิจารณา $\frac{3x}{8} \in (0,9\pi)$

จะได้ $\frac{3x}{8} = \{\pi, 2\pi, 3\pi, \dots, 8\pi\}$

$x = \{\frac{8\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}, \frac{24\pi}{3}, \dots, \frac{112\pi}{3}, \}$

ดังนั้น $A \cap (0,24\pi) = \{\frac{8\pi}{5}, \frac{16\pi}{5}, \frac{24\pi}{5}, \frac{32\pi}{5}, \frac{40\pi}{5}, \frac{48\pi}{5}, \frac{56\pi}{5}, \frac{64\pi}{5}, \frac{72\pi}{5}, \frac{80\pi}{5}, \frac{88\pi}{5},$

$\frac{96\pi}{5}, \frac{104\pi}{5}, \frac{112\pi}{5}, \frac{8\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}, \frac{32\pi}{3}, \frac{40\pi}{3}, \frac{48\pi}{3}, \frac{56\pi}{3}, \frac{64\pi}{3}\}$

รวมทั้งสิ้น 20 จำนวน

ตอบ 20

ข้อ 34.

$\overline{AC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ดังนั้น $m_{AC}.m_{AB} = -1$

$$\frac{5}{7-a}.\frac{6}{-4-a} = -1$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-2)(a-1) = 0$$

$a = 2$ เนื่องจาก $a > tan60^{\circ}$

พิจารณาหาสมการเส้นตรง $3 = 1(2) + c$

$c = 1$

สมการคือ $y = x + 1$

พิจารณาจุดตัด $\frac{x^2+2k}{k} = x + 1$

$x^2 + 2k - kx - k = 0$

$x^2 - kx + k = 0$

มีจุดตัดเพียงจุดเดียว แสดงว่าเป็นกำลังสองสมบูรณ์

จะได้ $x^2 - 2(x)\frac{k}{2} + \left(\frac{k}{2}\right)^2 = (x - \frac{k}{2})^2$

แสดงว่า $(\frac{k}{2})^2 = k$

$k^2 = 4k$

$k^2 - 4k = 0$

$k(k - 4) = 0$

$k = 4$ เนื่องจาก k เป็นจำนวนจริงบวก

ตอบ 4

ข้อ 35.

กำหนดให้ $z_1 = a + bi$

$z_2 = x + yi$

จะได้ $a^2 + b^2 = 9$ --(1)

$(a+x)^2 + (b+y)^2 = 9$ --(2)

$(a-x)^2 + (b-y)^2 = 27$ --(3)

จาก (2) ; $a^2 + 2ax + x^2 + b^2 + 2by + y^2 = 9$ --(4)

จาก (3) ; $a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - 2by + y^2 = 27$ --(5)

(4)-(5); $4ax + 4by = -18$

$2ax + 2by = -9$

(4)+(5); $2a^2 + 2x^2 + 2b^2 + 2y^2 = 36$

$a^2 + x^2 + b^2 + y^2 = 18$

$x^2 + y^2 = 9$

ดังนั้น $\frac{|11\overline{z_1}|-|5z_2|}{|z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2|} = \frac{\sqrt{121a^2+121b^2}-\sqrt{25x^2+25y^2}}{|2(ax+by)|}$

$= \frac{11(3)-5(3)}{9} = 2$

ตอบ 2

ข้อ 36.

สมมติ $P(x,y)$ จะได้ $x-1=1$

$x=2$

และ $y+4=2$

$y=-2$

$P(2,-2)$และ ความชัน $\overrightarrow{CP}=2$

จากโจทย์ $\overrightarrow{PA}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$ พิจารณา $\overrightarrow{BA}$ เนื่องจาก p เป็นจุดระหว่าง A,B

จะได้ $(a-2)\bar{\imath}+(b+2)\bar{\jmath}=\frac{3}{5}((a-4)\bar{\imath}+(b+6)\bar{\jmath})$

$(5a-10)\bar{\imath}+(5b+10)\bar{\jmath}=(3a-12)\bar{\imath}+(3b+18)\bar{\jmath}$

ดังนั้น $5a-10=3a-12$ และ $5b+10=3b+18$

$2a=-2$ $2b=8$

$a=-1$ $b=4$

จะได้ a+b = 3

ตอบ 3

ข้อ 37.

$$B+C=\begin{bmatrix} cos^2 70^\circ + cos^2 20^\circ & sin40^\circ \\ sin80^\circ & cos^2 50^\circ + cos^2 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & cos40^\circ \\ cos10^\circ & cos^2 50^\circ + cos^2 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$\det[A(B+C)] = detA.\det(B+C)$$

$$detA = cosec10^\circ - \sqrt{3}sin10^\circ = \frac{1}{sin10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{cos10^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(cos10^\circ - \sqrt{3}sin10^\circ)}{\frac{1}{2}(sin10^\circ cos10^\circ)}$$

$$= \frac{sin30^\circ cos10^\circ - cos30^\circ sin10^\circ}{\frac{1}{4}sin20^\circ} = 4$$

$$\det(B+C) = (cos^2 50^\circ + cos^2 10^\circ) - (cos50^\circ cos10^\circ)$$

$$= cos^2 50^\circ + cos10^\circ(cos10^\circ - cos50^\circ)$$

$$= cos^2 50^\circ + cos10^\circ(2sin30^\circ sin20^\circ)$$

$$= cos^2 50^\circ + cos10^\circ sin20^\circ$$

$$= sin^2 40^\circ + \frac{1}{2}(sin30^\circ + sin10^\circ)$$

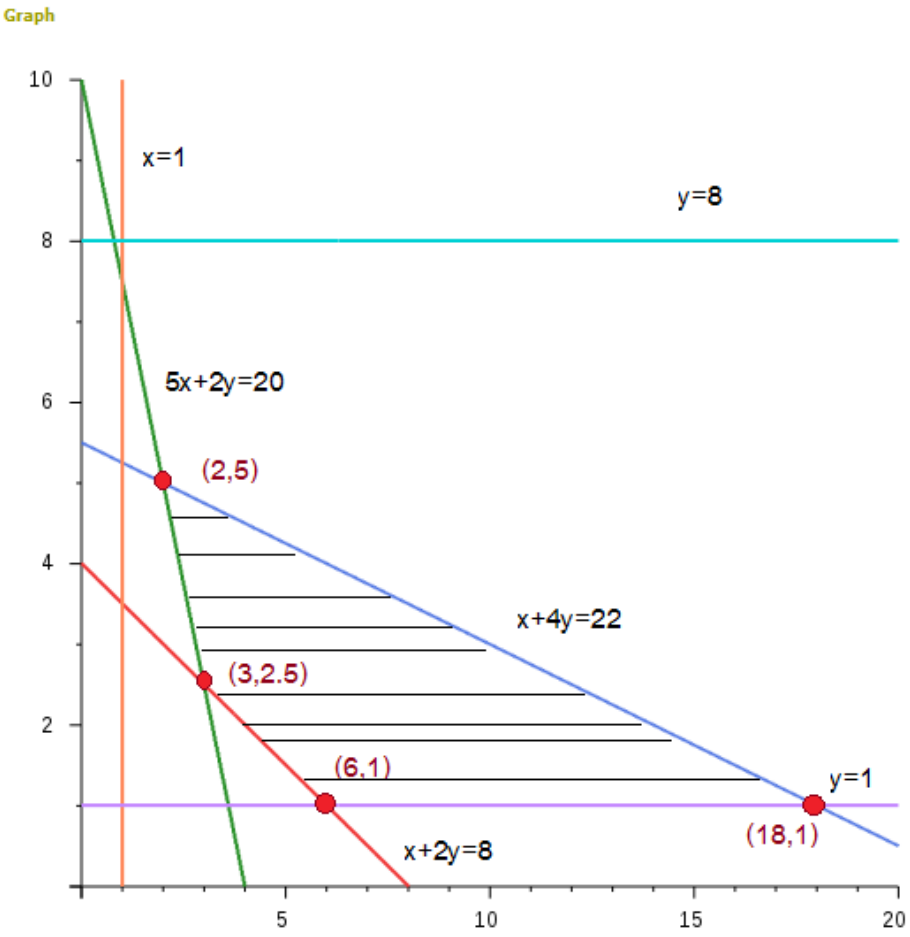
$$= sin^2 40^\circ + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}(1 - 2sin^2 40^\circ) = \frac{3}{4}$$

ดังนั้น $\det[A(B+C)] = 4.\frac{3}{4} = 3$

ตอบ 3

ข้อ 38.

ทำการสร้างกราฟจะได้ กราฟและจุดดังรูป



พิจารณาจุดต่างๆดังนี้

(2,5) = 9

(3,2.5) = 7.5

(6,1) = 9

(18,1) = 21

ดังนั้น ค่าสูงสุด คือ 21 ค่าต่ำสุด คือ 7.5 ผลคูณ คือ 157.5

ตอบ 157.5

ข้อ 39.

$\frac{3b}{2a} = \frac{4c}{3b}; c = \frac{9b^2}{8a}$ จะได้ $ac = \frac{9b^2}{8}$

$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{1}{b}; \frac{2}{b} = \frac{1}{c} + \frac{1}{a}$

$\frac{2}{b} = \frac{a+c}{ac}$

$a + c = \frac{2ac}{b} = \frac{9b}{4}$

ดังนั้น $\frac{a}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2+c^2}{ac} = \frac{(a+c)^2-2ac}{ac} = \frac{\frac{81b^2}{16} - \frac{9b^2}{4}}{\frac{9b^2}{8}}$

$\frac{45b^2}{16} \cdot \frac{8}{9b^2} = \frac{5}{2} = 2.5$

ตอบ 2.5

ข้อ 40.

พิจารณาโจทย์จะได้ว่า

$2 \leq a_2$

$3 \leq a_3$

$4 \leq a_4$

$5 \leq a_5$

$6 \leq a_6$

และ $a_6 \leq 6$

ดังนั้น $a_6 = 6$

จะได้ว่า $a_n = n$

ดังนั้น $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}(\sum_{k=1}^{n} a_k + 6 - k)$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}(\sum_{k=1}^{n} 6)$ เนื่องจาก $a_n = n$

$= \frac{1}{n}(6n) = 6$

ตอบ 6

ข้อ 41.

จาก $xf(x) + f(1-x) = 2x - x^2$

เมื่อ x=0; $f(1) = 0$

x=1; $f(1) + f(0) = 1$

$f(0) = 1$

เมื่อ x=2; $2f(2) + f(-1) = 0$

x=-1; $-f(-1)+f(2)=-3$

$-f(-1)+\frac{-f(-1)}{2}=-3$

$f(-1)=2$ นั่นคือ $f(-1)=2$ และ $f(2)=-1$

เมื่อ x=3; $3f(3)+f(-2)=-3$

x=-2; $-2f(-2)+f(3)=-8$

$-2f(-2)+\frac{-3-f(-2)}{3}=-8$

$f(-2)=3$ นั่นคือ $f(-2)=3$ และ $f(3)=-2$

จะได้ว่า $f(x)=1-x$

ดังนั้น $\sum_{25}^{54}(x+f(x))=\sum_{25}^{54}1=30$

ตอบ 30

ข้อ 42.

$g'(f(x))f'(x)=6x^5+8x^3-6x+2x-2$

$g'(f(0))f'(0)=-2$

$g'(0)f'(0)=-2$

$g'(x)=2x-2$

$$g'(0) = -2\,, g'(1) = 0$$

จะได้ $f'(0) = 1$

พิจารณา $(f'og')(1) = f'\big(g'(1)\big) = f'(0) = 1$

พิจารณา $(g'of')(0) = g'(1) = 0$

ดังนั้น $(f'og')(1) + (g'of')(0) = 1$

ตอบ 1

ข้อ 43.

จากโจทย์ จะได้ $f(0) = 3$

และ $f'(0) = 2$

$$\int_2^2 f''(x)dx = -3$$

$$f'(x)\Big|_{x\,=\,0}^{x\,=\,2} = f'(2) - f'(0) = -3$$

$$f'(2) = -3 + 2 = -1$$

$$g(x) = \sqrt{x+2}f(x)$$

$$g'(x) = \sqrt{x+2}f'(x) + \frac{f(x)}{2\sqrt{x+2}}$$

$$g'(2) = 2(-1) + \frac{f(2)}{4} = 0$$

$$f(2) = 8$$

ตอบ 8

ข้อ 44.

f เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่อง ที่จุด x=3 ดังนั้น

$$f(3) = \lim_{x\to 3} f(x)$$

พิจารณา $$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{2x+10}-\sqrt{x+13}}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(\sqrt{2x+10}+\sqrt{x+13})}{2x+10-x-13}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(\sqrt{2x+10}+\sqrt{x+13})}{x-3}$$

$$= \lim_{x\to 3} \sqrt{2x+10} + \sqrt{x+13}$$

$$= 4 + 4 = 8$$

ตอบ 8

ข้อ 45.

สมมติ $$a_1 = 1$$

จะได้ว่า $a_2 = 4$ และ $a_3 = 7,8,9,\ldots,14$

$a_2 = 5$ และ $a_3 = 8,9,\ldots,14$

$a_2 = 6$ และ $a_3 = 9,\ldots,14$

...

$a_2 = 11$ และ $a_3 = 14$

จะได้ทั้งหมด $8 + 7 + 6 + 5 + \ldots + 1$

สมมติ $a_1 = 2$

จะได้ว่า $a_2 = 5$ และ $a_3 = 8,9,\ldots,14$

$a_2 = 6$ และ $a_3 = 9,\ldots,14$

...

$a_2 = 11$ และ $a_3 = 14$

จะได้ทั้งหมด $7 + 6 + 5 + \ldots + 1$

ดังนั้น ถ้าสมมติ

a_1 ไปเรื่อยๆ จะได้จำนวนดังนี้ $(8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) + (7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) + \cdots + 1$

$$= 36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 120$$

ตอบ 120

ข้อ 46.

สามารถสร้างตัวเลขได้ $4! = 24$ ตัว

จะได้	1234	2134	3124	4123
	1243	2143	3142	4132
	1324	2341	3214	4213
	1342	2314	3241	4231
	1432	2413	3412	4312
	1423	2431	3421	4321

จะได้ 66660/9 เหลือ เศษ 4

ตอบ 4

ข้อ 47.

$$\bar{x} = 153$$

$$\bar{y} = 47$$

จาก $\sum y = \sum a + 0.9\sum x$

จะได้ $188 = 4a + 550.x$

$$a = -90.7$$

ดังนั้น เมื่อ $x = 155$ จะได้

$$y = -90.7 + 0.9(155) = 48.8$$

ตอบ **48.8**

ข้อ 48.

$$f(1) = 1$$

$$f(2.1) = f(2) = 4 + 6 = 10$$

$$f(2+1) = f(3) = 1 + 12 + 12 = 25 = 10 + 15$$

$$f(2.2) = f(4) = 40 + 6 = 46 = 10 + 15 + 21$$

$$f(3+2) = f(5) = 25 + 36 + 12 = 73 = 10 + 15 + 21 + 27$$

$$f(4+2) = f(6) = 46 + 48 + 12 = 106 = 10 + 15 + 21 + 27 + 33$$

$$f(5+2) = f(7) = 73 + 60 + 12 = 145 = 10 + 15 + 21 + 27 + 33 + 39$$

ดังนั้น $f(16) = 10 + 3(5) + 3(7) + 3(9) + \cdots + 3(31)$

พิจารณา $3(5) + 3(7) + 3(9) + \cdots + 3(31) = 3(5 + 7 + 9 + \cdots + 31)$

$$= 3(252) = 756$$

ดังนั้น $f(16) = 10 + 756 = 766$

จะได้ $f(7) + f(16) 145 + 766 = 911$

ตอบ **911**

ข้อ 49.

ไม่มีคำตอบ

ข้อ 50.

$6b9 - 154 = 454$ นั่นคือ $b < a$ และ $a - b = 5$

$6b9$ หารด้วย 9 ลงตัว นั่นคือ $b = 3$

ดังนั้น $a = 8, b = 3$

$a + b = 8 + 3 = 11$

ตอบ 11