

## PAT 1 (ธ.ค. 54)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

24 - 27 ธันวาคม 2554

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. กำหนดให้  $p, q$  และ  $r$  เป็นประพจน์ใดๆ โดยที่  $\sim p \rightarrow q$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ พิจารณาข้อความต่อไปนี้ก.  $(p \leftrightarrow r) \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow q]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จข.  $(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim q \rightarrow p)$  มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1. ก. ถูก ข. ถูก

2. ก. ถูก ข. ผิด

3. ก. ผิด ข. ถูก

4. ก. ผิด ข. ผิด

2. กำหนดให้  $P(x)$  และ  $Q(x)$  เป็นประโยคเปิด ถ้า  $\forall x[P(x)] \wedge \forall x[\sim Q(x)]$  มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว ประพจน์ในข้อใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ1.  $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$ 2.  $\exists x[\sim P(x) \vee \sim Q(x)]$ 3.  $\exists x[P(x) \wedge \sim Q(x)]$ 4.  $\forall x[P(x) \rightarrow \sim Q(x)]$

3. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซตจำกัด โดยที่ จำนวนสมาชิกของ  $P(A)$  เป็นสองเท่าของจำนวนสมาชิกของ  $P(B)$   
 จำนวนสมาชิกของ  $P(A \cap B) = 8$  และจำนวนสมาชิกของ  $P(A \cup B) = 256$

จงหาจำนวนสมาชิกของ  $P(A - B)$

1. 2                                      2. 4                                      3. 8                                      4. 16

4. กำหนดให้  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{2x} - 2^{x+2} > 2^{x+\frac{1}{2}} - \sqrt{32}\}$  เมื่อ  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง  
 จงหาจำนวนสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มของ  $\mathbb{R} - A$

1. 1                                      2. 2                                      3. 3                                      4. 4

5. กำหนดให้  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{5-|3-x|}}\}$  เมื่อ  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง จงหาโดเมนของ  $r$

1.  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 8\}$                                       2.  $\{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x < 3\}$   
 3.  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3\}$                                       4.  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 8\}$

6. ให้ P เป็นจุดบนวงกลม  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$  ที่อยู่ใกล้จุด A(1, 3) มากที่สุด จงหาระยะระหว่างจุด P กับเส้นตรง  $3y - 4x = 15$

1. 3                                      2. 3.2                                      3. 3.4                                      4. 3.5

7. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  เป็นฟังก์ชันที่มีสมบัติสอดคล้องกับ  $f(x) = \begin{cases} 0 & , x = -1 \\ \frac{x-1}{x+1} & , x \neq -1 \end{cases}$   
ถ้า  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (f \circ f)(x) = \cot 75^\circ\}$  แล้วข้อใดไม่เป็นเซตว่าง
1.  $A \cap (-3, -2)$                       2.  $A \cap (-4, -3)$                       3.  $A \cap (2, 3)$                               4.  $A \cap (3, 4)$

8. กำหนดให้  $180^\circ < \theta < 270^\circ$

ถ้า  $3(2)^{\sin \theta} \left(\frac{4}{9}\right)^{\cos^2 \theta} = 2(3)^{\sin \theta}$  แล้วจงหาค่าของ  $3 \tan^2 \theta - 2 \sin 3\theta$

1. 1                                      2. 3                                      3. 7                                      4. 9

9. กำหนดให้พาราโบลาที่มีจุดยอดที่  $(-3, -2)$  ผ่านจุดโฟกัสของไฮเพอร์โบลา  $5x^2 - 4y^2 - 16y + 4 = 0$   
 จงหาสมการไดเรคตริกซ์ของพาราโบลา

1.  $4y + 15 = 0$       2.  $4y + 9 = 0$       3.  $4x + 9 = 0$       4.  $4x + 15 = 0$

10. กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$ ,  $a \leq 0$   $B$  เป็นเมทริกซ์มิติ  $2 \times 2$  และ  $I$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ มิติ  $2 \times 2$   
 ถ้า  $A^2B = I$  และ  $2A^{-1} - 3B = I$  แล้ว จงหาค่าของ  $2a + 3b$

1. 4      2. 3      3. 2      4. 1

11. ร้านค้าผลิตถุงแบบ A วันละ  $x$  ชิ้น และแบบ B วันละ  $y$  ชิ้น โดยที่  $40 \leq 2x + y \leq 60$

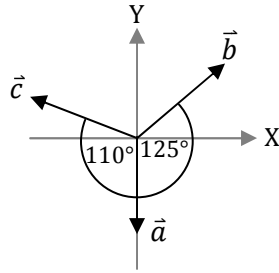
$$105 \leq 2x + 3y \leq 150$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

ถ้าถุง A ขายชิ้นละ 40 บาท ในแต่ละวันขายถุงทั้ง 2 แบบ ได้เงินมากที่สุด 750 บาท แล้ว ขายถุง B ชิ้นละกี่บาท

1. 5      2. 10      3. 15      4. 20

12. จากรูป  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$



ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- |                                                                                                               |                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $ \vec{a}  \operatorname{cosec} 35^\circ =  \vec{c}  \left(1 + \frac{\cot 20^\circ}{\cot 35^\circ}\right)$ | 2. $ \vec{a}  \operatorname{cosec} 20^\circ =  \vec{c}  \left(1 + \frac{\cot 35^\circ}{\cot 20^\circ}\right)$ |
| 3. $ \vec{a}  \operatorname{cosec} 35^\circ =  \vec{c}  \left(1 + \frac{\tan 20^\circ}{\tan 35^\circ}\right)$ | 4. $ \vec{a}  \operatorname{cosec} 20^\circ =  \vec{c}  \left(1 + \frac{\tan 35^\circ}{\tan 20^\circ}\right)$ |

13. กำหนดให้ A, B, C เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยม P เป็นจุดกึ่งกลางของ AC Q อยู่บน AB ทำให้  $AQ : QB = 1 : 2$

ถ้า  $\vec{AB} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$  และ  $\vec{BC} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  จงหา  $\vec{PQ}$

- |                          |                         |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1. $-\vec{i} - 2\vec{j}$ | 2. $2\vec{i} + \vec{j}$ | 3. $-2\vec{i} - \vec{j}$ | 4. $\vec{i} + 2\vec{j}$ |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|

14. กำหนดให้  $z_1, z_2, z_3$  เป็นรากของสมการ  $(z + 2i)^3 = 8i$  จงหาค่าของ  $|z_1| + |z_2| + |z_3|$

- |      |      |                    |       |
|------|------|--------------------|-------|
| 1. 6 | 2. 8 | 3. $6 + 2\sqrt{3}$ | 4. 24 |
|------|------|--------------------|-------|

15. กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{201}$  ถ้า  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{201} = 303$

แล้วจงหาค่าของ  $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{200}$

1. 287                      2. 290                      3. 297                      4. 300

16. กำหนดให้  $c = \arcsin \frac{3}{5} + \operatorname{arccot} \frac{5}{3} - \arctan \frac{8}{19}$

ถ้า  $A$  เป็นเซตคำตอบของสมการ  $\operatorname{arccot} \frac{1}{2x} + \operatorname{arccot} \frac{1}{3x} = c$  จงหาผลคูณของสมาชิกใน  $A$

1.  $-\frac{1}{4}$                       2.  $\frac{1}{4}$                       3.  $-\frac{1}{6}$                       4.  $\frac{1}{6}$

17. กำหนดให้  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  โดยที่  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

ถ้า  $N$  เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสกราฟของ  $f(x)$  ที่จุด  $(a, f(a))$ ,  $a > 0$

และ  $N$  มีระยะตัดแกน  $y$  เท่ากับ  $\frac{5}{2}$  หน่วย แล้ว ข้อใดเป็นพิกัดของจุดบนเส้นตรง  $N$

1.  $(-2, 7)$                       2.  $(-1, 4)$                       3.  $(2, -4)$                       4.  $(3, -5)$

18. กำหนดให้  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  และ  $C(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$

ถ้ากราฟของ  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ผ่านจุด  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$

โดยที่  $AC$  และ  $BC$  เป็นเส้นสัมผัสกราฟของ  $f$  ที่จุด  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  ตามลำดับ

แล้วพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ  $f$  และเส้นตรง  $AB$  มีค่าเท่าใด

1.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

2.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

19. ในการจัดคน 12 คน (มี GAT และ PAT รวมอยู่ด้วย) นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ GAT และ PAT ไม่ได้นั่งติดกัน

1.  $\frac{1}{11}$

2.  $\frac{2}{11}$

3.  $\frac{9}{11}$

4.  $\frac{10}{11}$

20. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเหตุการณ์ในปริภูมิตัวอย่าง

ถ้า  $P(B - A) = 0.2$ ,  $P(B) = 0.6$  และ  $P(A' \cup B) = 0.8$  แล้ว จงหา  $P(A \cup B')$

1. 0.2

2. 0.4

3. 0.6

4. 0.8

21. จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่
10 - 14	2
15 - 19	5
20 - 24	8
25 - 29	6
30 - 34	4

ถ้า  $a$  เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ และ  $b$  เป็น  $P_{88}$   
จงหาค่าของ  $|a - b|$

1. 8.50                      2. 7.75                      3. 6.50                      4. 6.25

22. กำหนด  $\sum_{i=1}^N x_i = 1125$ ,  $N = 45$   $\bar{x}$  เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ ความแปรปรวนเท่ากับ 6.25

ถ้า A และ B เป็นนักเรียนของห้องนี้ A ได้ 30 คะแนน มีค่ามาตรฐาน มากกว่าค่ามาตรฐานของ B อยู่ 0.8 แล้ว B ได้กี่คะแนน

1. 26                      2. 27                      3. 28                      4. 30

23. กำหนดให้  $x * y = (x + 1)(y + 1) - 1$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1.  $(x - 1) * (x + 1) = (x * x) - 1$                       2.  $x * (y + 2) = (x * y) + (x * 2)$   
3.  $x * (y * 2) = (x * y) * 2$                       4.  $x * (x * y) = (x + 1)(x * y) + x$



24. กำหนดให้  $S$  เป็นเซตของ  $(a, b, c)$  โดยที่  $a, b, c \in I^+$  ที่มีสมบัติสอดคล้องกับ

$$a + 2b + 3c \leq 50$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} + 1 = 10\left(\frac{b}{c} + \frac{b}{a} + 1\right)$$

จงหาจำนวนสมาชิกของ  $S$

1. 24                      2. 26                      3. 29                      4. 30

25. กำหนดให้  $M(x, y) = \begin{cases} x & , x \geq y \\ y & , y > x \end{cases}$  และ  $m(x, y) = -M(-x, -y)$

ถ้า  $a = \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{2}$ ,  $c = \sin 54^\circ$  และ  $d = \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

แล้ว  $M(M(c, m(d, b)), m(a, m(c, b)))$  เท่ากับเท่าใด

1.  $a$                       2.  $b$                       3.  $c$                       4.  $d$

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. กำหนดให้  $A, B, C \neq \emptyset$

$$n(U) = 44, n(B) = 19, n(A \cap B \cap C) = 2, n[(A \cap C) - B] = 3,$$

$$n[A \cap (B \cup C)'] = 6 \text{ และ } n(A' \cap B' \cap C') = 9 \text{ จงหา } n[(A \cup C) - B]$$

27. กำหนดให้  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{3x+1} - 17(2^{2x}) + 2^{x+3} = 0\}$

และ  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 3x - 8| = x^2 + 3x\}$  จงหาผลบวกของสมาชิกใน  $A \cup B$

28. ฟังก์ชัน  $f, g, h$  มีสมบัติว่า  $(f \circ g)(x) = 3x - 14$

$f\left(\frac{x+6}{3}\right) = x - 2$  ,  $h(2x - 1) = 6g(x) + 12$  จงหาค่าของ  $h'(0)$

29. กำหนด  $f(x) = |1 - 3x|$  และ  $S$  เป็นเซตของจำนวนจริง  $x$  ทั้งหมด ที่สอดคล้องกับสมการ  $(f \circ f)(x) = x$   
จงหาผลบวกของสมาชิกใน  $S$

30. กำหนดให้  $M(a, b)$  เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุดตัดไฮเพอร์โบลา  $xy = 6$  กับเส้นตรง  $x - y - 1 = 0$   
จงหาระยะระหว่างจุด  $M$  กับเส้นตรง  $6x - 8y + 13 = 0$

31. จงหาค่าของ  $\frac{\tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ}$

32. กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -x \end{bmatrix}$  และ  $\det(I - A^{-1}) = 0, x > 0$   
จงหาค่าของ  $\det \left[ \frac{1}{2} A^{-1} (3I - 2A^t) \right]$

33. กำหนดจุด  $A(3, 0)$ ,  $B(3 + \sqrt{3}, 1)$  และ  $C(a, b)$  โดยที่  $C$  อยู่ในจุดภาคที่ 4  $\overline{AB}$  กับ  $\overline{AC}$  ทำมุมกัน  $60^\circ$  และ  $|\overline{AC}| = 2\sqrt{3} |\overline{AB}|$  จงหาค่าของ  $a^2 + b^2$

34. กำหนดให้  $z = \left(i - \frac{1}{i+2}\right)^{-1}$  จงหาค่าของ  $|16z^2 - 8z + 3 - 8i|$

35. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวน มีมัธยฐาน = ฐานนิยม = 15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16 ควอไทล์ที่ 1 เท่ากับ 14 และพิสัยเท่ากับ 7 จงหาความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้

36. จงหาค่า  $x > 0$  ที่ทำให้  $1 + \frac{6}{1+x} + \frac{15}{(1+x)^2} + \frac{28}{(1+x)^3} + \dots = \frac{27}{4}$

37. กำหนดให้  $\{a_n\}$  เป็นลำดับของจำนวนจริง โดยที่

$$a_1 = 1 \text{ และ } a_n = (-1)^n \left(\log_n \frac{1}{2}\right) \left(\log_{n-1} \frac{1}{3}\right) \dots \left(\log_2 \frac{1}{n}\right), n > 1$$

$$b_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{k^4+k^2+1}\right) \text{ จงหาค่า } c \text{ ที่ทำให้ } \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + cb_n) = 4$$

38. กำหนดให้  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f''(x) = 0$  ทุกๆจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } f(0) = 23 \text{ และ } f(1) = 103 \text{ แล้ว จงหาค่าของ } \int_0^1 f(x) dx$$

39. ให้  $L$  เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(0, 10)$  และมีความชันมากกว่า  $-1$  แต่น้อยกว่า  $0$

ถ้าพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง  $L$  กับแกน  $x$  จาก  $x = 0$  ถึง  $x = 6$  มีค่าเท่ากับ  $51$  ตารางหน่วย แล้ว จงหาพื้นที่ของอาณาบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง  $L$  กับแกน  $x$  จาก  $x = 0$  ถึง  $x = 3$

40. จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x+8} + \sqrt[3]{x-8}}$

41. กำหนดให้  $a, b \in \mathbb{R}^+$  และ  $\tan \theta = \frac{a}{b}$

ถ้า  $\left(\frac{\cos \theta}{a}\right)^4 + \left(\frac{\sin \theta}{b}\right)^4 = \frac{\sin 2\theta}{ab(a^2+b^2)}$  แล้ว จงหาค่าของ  $\left(\frac{3a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

42. กำหนดให้  $\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{1(2)+2(3)+3(4)+\dots+(n-1)n} = \frac{231}{228}$  จงหาค่าของ  $n$

43. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว  $a, b, c$  ตามลำดับ และ  $(\sin A - \sin B + \sin C)(\sin A + \sin B + \sin C) = 3 \sin A \sin C$  จงหาค่าของ  $\sqrt{3 \operatorname{cosec}^2 B + 3 \sec^2 B}$

44. สุ่มเลือกจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 15 มา 5 จำนวน  
จงหาจำนวนวิธีที่จะได้จำนวนซึ่งมีผลรวมของทั้ง 5 จำนวนหารด้วย 3 ลงตัว

45. บัตร 8 ใบ ได้แก่  $\boxed{1}, \boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{3}, \boxed{4}, \boxed{4}$

เลือกมา 4 ใบ เพื่อสร้างจำนวนเต็ม 4 หลัก จะสร้างได้กี่จำนวน

46. สำหรับ  $0 \leq x \leq 2\pi$  กำหนดให้  $A = \{x \mid \log_2(-3 \cos x) = 1 + 2 \log_2 \sin x\}$

และ  $B = \{\sec 3x - \cos 2x \mid x \in A\}$  จงหาค่าของผลบวกของสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ใน  $B$

47. คะแนนสอบของนักเรียน 500 คน กลุ่มหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 60 และ 6 คะแนน ตามลำดับ จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 51 คะแนน แต่น้อยกว่า 66 คะแนน

กำหนด

$z$	0.5	1.0	1.5	2.0
$A$	0.191	0.341	0.433	0.477



48. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีมัธยฐานเท่ากับ 12

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 8 และ  $\sum_{i=1}^N (x_i - 10)^2 = 5440$  จงหาค่าของ  $N$

49. กำหนดให้  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  สอดคล้องกับสมการ  $f(x + y) = f(x) + f(y) + 4xy$   
โดยที่  $f(1) = 4$  จงหาค่าของ  $f(20)$

50. กำหนดให้  $a(n, m) = a(n, m - 1) + a(n - 1, m - 1)$   
 $a(1, 1) = 10$ ,  $a(2, 1) = 5$ ,  $a(4, 1) = 4$  และ  $a(4, 4) = 50$  จงหา  $a(3, 1)$

เฉลย

1. 4	11. (1.25)	21. 2	31. 8	41. 27.25
2. 1	12. 4	22. 3	32. 5	42. 115
3. 3	13. 3	23. 2	33. 93	43. 4
4. 2	14. 2	24. 1	34. 5	44. 1001
5. 1	15. 4	25. 4	35. 5.6	45. 204
6. 1	16. 4	26. 16	36. 2	46. 1.5
7. 2	17. 2	27. 4	37. 10	47. 387
8. 2	18. 1	28. 3	38. 63	48. 80
9. 4	19. 3	29. 1.35	39. 27.75	49. 840
10. 1	20. 4	30. 2	40. 6	50. 7

แนวคิด

1. 4

ได้  $p, q$  เป็นเท็จ ก. ได้  $\sim r \rightarrow \sim r$  ข. ได้  $T \rightarrow F$ 

2. 1

 $x$  ทุกตัวทำให้  $P(x)$  เป็นจริง และ  $Q(x)$  เป็นเท็จ

3. 3

 $A$  มีมากกว่า  $B$  1 ตัว,  $A \cap B$  มี 3 ตัว,  $A \cup B$  มี 8 ตัว  $\rightarrow A - B$  มี 3 ตัว,  $B - A$  มี 2 ตัว

4. 2

จัดรูปได้  $(2^x - 4)(2^x - \sqrt{2}) > 0$  ได้  $A = (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty) \rightarrow \{1, 2\}$ 

5. 1

 $5 - |3 - x| > 0$ 

6. 1

หาจุดตัดวงกลม กับเส้นตรงที่ผ่าน ศก กับ  $(1, 3) : x - 2y + 5 = 0 \rightarrow (3, 4), (-5, 0)$ หรือ ใช้สามเหลี่ยมคล้าย  $\frac{CA}{CP}$  ก็ได้

7. 2

 $(f \circ f)(x) = -\frac{1}{x}, x = -\tan 75^\circ = -\tan(45^\circ + 30^\circ) = -(2 + \sqrt{3})$ 

8. 2

จัดรูปได้  $3^2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 2^2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 \rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{2}, 1 \rightarrow \theta = \pi + \frac{\pi}{6}$ 

9. 4

จัดรูปได้  $\frac{(y+2)^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$  ได้  $F(0, 1), (0, -5) \rightarrow c = \frac{3}{4} \rightarrow x = -3 - \frac{3}{4}$

10. 1

$$\text{คูณ } A^2 \text{ ทางซ้าย: } 2A - 3A^2B = A^2 \rightarrow 2 \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ ab & 3a + b^2 \end{bmatrix} \rightarrow a = -1, b = 2$$

11. (1.25)

วาดรูป แรกขาบบสมการ หาจุดมุม ได้  $(0, 50), (0, 40), (3.75, 32.5), (7.5, 45), (18.75, 22.5)$

ตัด  $(0, 40)$  ที่ เพราะ แท้  $(0, 50)$  อยู่แล้ว และ ตัด  $(3.75, 32.5)$  ที่ เพราะ แท้  $(7.5, 45)$  อยู่แล้ว

จำนวนจุดต้องเป็นจำนวนเต็ม จุด  $(3.75, 32.5)$  กับ  $(18.75, 22.5)$  จะต้องถูกปรับให้เป็นจำนวนเต็มตอนหลัง แต่ตอนนี้ จะหา ก่อน ว่าค่ามากที่สุด จะเกิด “แถวๆจุดมุมไหน” จะยอมให้มันเป็นทศนิยมได้ ไปก่อน

$$(0, 50) = (0)(40) + 50B = 50B$$

$$(7.5, 45) = (7.5)(40) + 45B = 300 + 45B$$

$$(18.75, 22.5) = (18.75)(40) + 22.5B = 750 + 22.5B$$

- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดที่  $(0, 50) \rightarrow 50B = 750$  ได้  $B = 15$   
แต่  $B = 15$  จะทำให้  $50B$  แท้  $300 + 45B$  ขัดแย้งกับที่สมมติให้ ค่ามากที่สุดเกิดที่  $(0, 50)$
- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดแถวๆ  $(7.5, 45) \rightarrow 300 + 45B \sim 750$  ได้  $B \sim 10$   
แต่  $B \sim 10$  จะทำให้  $300 + 45B$  แท้  $750 + 22.5B$  ขัดแย้งกับที่สมมติให้ ค่ามากที่สุดเกิดแถวๆ  $(7.5, 45)$
- สมมติให้ค่ามากที่สุด 750 เกิดแถวๆ  $(18.75, 22.5) \rightarrow 750 + 22.5B \sim 750$  ได้  $B \sim 0$   
จะเห็นว่า ถ้า  $B \sim 0$  จะได้ว่า  $750 + 22.5B$  ชนะ  $300 + 45B$  และ  $50B$  จึงไม่ขัดแย้ง  
ดังนั้น ค่ามากที่สุด จะเกิด “แถวๆ”  $(18.75, 22.5)$

จุดแถวๆ  $(18.75, 22.5)$  ที่เป็นจำนวนเต็ม และยังสอดคล้องกับสมการเงื่อนไขทั้งหมด คือ  $(18, 24), (18, 23)$

หมายเหตุ  $(18, 24)$  อยู่บนเส้น  $2x + y = 60$  แล้ว จึงไม่ต้องคิด  $(17, ?)$  อีก

ตัด  $(18, 23)$  ที่ เพราะ แท้  $(18, 24)$  อยู่แล้ว สุดท้าย แก้สมการ  $(18)(40) + 24B = 750$  ได้  $B = 1.25$

12. 4

$$\text{แนวราบ: } |\vec{c}| \cos 20^\circ = |\vec{b}| \cos 35^\circ; \text{ แนวตั้ง } |\vec{a}| = |\vec{c}| \sin 20^\circ + |\vec{b}| \sin 35^\circ$$

$$\text{หาร } \sin 20^\circ \text{ ตลอด แล้วแทน } |\vec{b}| = \frac{|\vec{c}| \cos 20^\circ}{\cos 35^\circ}$$

13. 3

$$= \overline{PA} + \overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{CA} + \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{1}{2}(\overline{CB} + \overline{BA}) + \frac{1}{3}\overline{AB} = -\frac{1}{2}\overline{BC} - \frac{1}{6}\overline{AB}$$

14. 2

$$8i = 8\angle 90^\circ \rightarrow z + 2i = 2\angle 30^\circ, 150^\circ, 270^\circ = \sqrt{3} - i, -\sqrt{3} - i, -2i$$

15. 4

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{201} = \frac{101}{2}(a_1 + a_{201}) = 303 \rightarrow a_1 + a_{201} = 6$$

$$\text{อนุกรมเลขคณิต จะมี } a_1 + a_{201} = a_2 + a_{200} \rightarrow a_2 + a_4 + \dots + a_{200} = \frac{100}{2}(a_2 + a_{200}) = \frac{100}{2}(6) = 300$$

16. 4

$$\cot\left(\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3}\right) = \frac{\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{3} - 1}{\frac{5}{3} + \frac{4}{3}} = \frac{11}{27} \rightarrow \cot\left(\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3} - \arctan\frac{8}{19}\right) = \frac{\frac{19}{8} \cdot \frac{11}{27} + 1}{\frac{19}{8} - \frac{11}{27}} = \frac{425}{425} = 1$$

ใส่ cot ของข้าง :  $\frac{1}{\frac{6x^2-1}{1+2x}} = 1 \rightarrow x = \frac{1}{6}, -1$  แต่  $-1$  ไม่ได้ เพราะ  $\operatorname{arccot} -\frac{1}{2} + \operatorname{arccot} -\frac{1}{3} > 180^\circ$

แต่  $\arcsin\frac{3}{5} + \operatorname{arccot}\frac{5}{3} - \arctan\frac{8}{19}$  ไม่มีทาง  $> 180^\circ$

17. 2

$$f \text{ ชั้น } \frac{2}{3} a^{-\frac{1}{3}} \rightarrow N \text{ ชั้น } -\frac{3}{2} a^{\frac{1}{3}} = \frac{f(a)-\frac{5}{2}}{a-0} \rightarrow \dots \rightarrow (3a^{\frac{2}{3}} + 5)(a^{\frac{2}{3}} - 1) = 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow N : y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

18. 1

$$\text{ผ่าน } (0, 0), (1, 0) \rightarrow f(x) = a(x)(x-1) = ax^2 - ax \rightarrow f'(x) = 2ax - a \rightarrow f'(0) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 0}{\frac{1}{2} - 0}$$

$$\rightarrow a = -\sqrt{3} \rightarrow f(x) = -\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x \rightarrow \text{พท} = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

19. 3

$$= 1 - \frac{(2)(11-1)!}{(12-1)!}$$

20. 4

$$A' \cup B \text{ กับ } B - A \text{ เป็นส่วนตรงข้ามกัน} \rightarrow P(A' \cup B) = 1 - P(B - A) = 0.8$$

21. 2

$$\text{ลดทอนข้อมูล } \bar{d} = \frac{5}{25} = 0.2 \rightarrow \bar{x} = (0.2)(5) + 22 = 23 ; P_{88} = 29.5 + \left(\frac{88(25)-21}{100-4}\right)(5) = 30.75$$

22. 3

$$s = \sqrt{6.25} = 2.5 \rightarrow \frac{30-\bar{x}}{2.5} - \frac{B-\bar{x}}{2.5} = 0.8$$

23. 2

$$x * (y + 2) = (x + 1)(y + 3) - 1 = xy + 3x + y + 2$$

$$(x * y) + (x * 2) = (x + 1)(y + 1) - 1 + (x + 1)(3) - 1 = xy + 4x + y + 2$$

24. 1

$$\frac{ac+ab+bc}{bc} = 10\left(\frac{ab+bc+ac}{ac}\right) \rightarrow a = 10b \rightarrow 10b + 2b + 3c \leq 50 \rightarrow c \leq 16 - 4b$$

$$= (10, 1, 1..12), (20, 2, 1..8), (30, 3, 1..4)$$

25. 4

$$M = \text{ตัวมาก}, m = \text{ตัวน้อย}; d \sim \frac{2(1.4+(1.4)(1.7))}{3(1.4)+1.7} \sim \frac{7.6}{5.9} \sim 1.2 \rightarrow a > b > d > c$$

$$= M(M(c, m(d, b)), m(a, m(c, b)))$$

$$= M(M(c, d), m(a, c))$$

$$= M(d, c) = d$$

26. 16

$$= 44 - 9 - 19$$

27. 4

$$A: 2^x(2 \cdot 2^x - 1)(2^x - 8) = 0 \rightarrow x = -1, 3$$

$$B: x^2 - 3x - 8 = \pm(x^2 + 3x) \rightarrow x = 2, -2, -\frac{4}{3}$$

28. 3

$$f(x) = 3x - 8; g(x) = x - 2; h(x) = 3x + 3$$

29. 1.35

$$|1 - 3|1 - 3x|| = x \rightarrow 1 - 3|1 - 3x| = \pm x \rightarrow 3|1 - 3x| = 1 \pm x \rightarrow 3 - 9x = \pm(1 \pm x)$$

$$\text{แก้ 4 สมการ + ตรวจคำตอบ ได้ } x = \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}$$

30. 2

แก้ระบบสมการ หาจุดตัด  $xy = 6$  กับ  $x - y - 1 = 0$  จะได้  $x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow$  ได้จุดตัด  $(3, 2), (-2, -3)$

$$\text{จะได้ } M\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \text{ ดังนั้น ระยะ} = \frac{|6(\frac{1}{2}) - 8(-\frac{1}{2}) + 13|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{20}{10} = 2$$

31. 8

$$\begin{aligned} \tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ &= \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 4 \sin 20^\circ = \frac{\sin 20^\circ + 4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} \\ &= \frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 30^\circ \cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \sin 60^\circ \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = -\frac{1}{2}(\cos 60^\circ - \cos 20^\circ) \sin 80^\circ = -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{2} \sin 80^\circ \cos 20^\circ$$

$$= -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{4}(\sin 100^\circ + \sin 60^\circ) = -\frac{1}{4} \sin 80^\circ + \frac{1}{4} \sin 100^\circ + \frac{1}{4} \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

32. 5

$$\text{ได้ } \det((A)(I - A^{-1})) = \det(A - I) = 0 \text{ ด้วย } \rightarrow (2x - 1)(-2)(-x - 1) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}, -1$$

$$\det A = 2 \left(\frac{1}{2}\right) (-1) \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}; \det(3I - 2A^t) = \left(3 - 2(2) \left(\frac{1}{2}\right)\right) \left(3 - 2(-1)\right) \left(3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 20$$

$$\det \left[ \frac{1}{2} A^{-1} (3I - 2A^t) \right] = \left(\frac{1}{2^3}\right) \left(\frac{2}{1}\right) (20) = 5$$

33. 93

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{bmatrix}, |\overline{AB}| = 2, |\overline{AC}| = 4\sqrt{3}, \overline{AB} \cdot \overline{AC} = (2)(4\sqrt{3}) \cos 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AC} = \begin{bmatrix} a-3 \\ b \end{bmatrix}, |\overline{AC}| = \sqrt{(a-3)^2 + b^2} = 4\sqrt{3} \dots (1)$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \sqrt{3}(a-3) + b = 4\sqrt{3} \dots (2) \rightarrow (3, 4\sqrt{3}), (9, -2\sqrt{3})$$

34. 5

$$z = \frac{1+3i}{-4} \rightarrow = |-3 + 4i|$$

35. 5.6

แบ่ง 2 กรณี :  $a, b, 15, 15, c$  กับ  $a, 15, 15, b, c$  กรณีแรกได้  $a + b = 28 \rightarrow c = 22 \rightarrow a = 15$  ซัดแย้ง  
กรณีหลังได้  $a = 13 \rightarrow c = 20 \rightarrow b = 17$

36. 2

ให้  $r = \frac{1}{1+x}$  เอาสมการคูณ  $r$  ตลอด ลบตัวเอง สองรอบ ได้  $1 + \frac{4r}{1-r} = (1-r)^2 \left(\frac{27}{4}\right)$   
กระจาย ได้  $27r^3 - 81r^2 + 93r - 23$  แทน  $r = \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \dots$  ได้  $r = \frac{1}{3}$

37. 10

$a_n = (-1)^n (-1)^{n-1} = -1$ ;  $b_n$  ใช้เทเลโลสโคป  $\rightarrow \frac{k}{(k^2-k+1)(k^2+k+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k^2-k+1} - \frac{1}{k^2+k+1} \right) \rightarrow = \frac{1}{2}$

38. 63

$f(x) = 80x + 23 \rightarrow (40)(1)^2 + 23(1)$

39. 27.75

$L: y = mx + 10 \rightarrow \frac{m}{2}(6^2) + 10(6) = 51 \rightarrow m = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{พท} = -\frac{1}{4}(3^2) + 10(3)$

40. 6

คูณเศษส่วนด้วย  $(x+8)^{\frac{2}{3}} - (x+8)^{\frac{1}{3}}(x-8)^{\frac{1}{3}} + (x-8)^{\frac{2}{3}}$

41. 27.25

แทน  $\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \cos \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$  ได้  $\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 = 2 \rightarrow \frac{a}{b} = 1$

42. 115

เศษ =  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ; ส่วนเต็ม  $(0)(1)$  ให้ครบ  $n$  ตัว =  $\sum_{i=1}^n (i-1)i = \sum i^2 - \sum i = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2}$

คูณ  $\frac{6}{n(n+1)}$  ทั้งเศษส่วน  $\rightarrow \frac{2n+1}{2n+1-3} = \frac{2n+1}{2n-2} = \frac{231}{223} \rightarrow n = 115$

43. 4

แทน  $\sin A = \frac{a \sin B}{b}, \sin C = \frac{c \sin B}{b}$  แล้วคูณตลอดด้วย  $\frac{b^2}{\sin^2 B}$  ได้  $(a-b+c)(a+b+c) = 3ac$

กระจาย จัดรูป ได้  $b^2 = a^2 + c^2 - ac$  แต่  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$  ได้  $\cos B = \frac{1}{2}$

44. 1001

1 - 15 มีตัวหารด้วย 3 เหลือเศษ 0, 1, 2 อย่างละ 5 ตัว  $\rightarrow$  แบ่ง 7 กรณี

$= \binom{5}{5} \binom{5}{0} \binom{5}{0} + \binom{5}{3} \binom{5}{1} \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \binom{5}{3} \binom{5}{0} + \binom{5}{2} \binom{5}{0} \binom{5}{3} + \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{2} + \binom{5}{0} \binom{5}{4} \binom{5}{1} + \binom{5}{0} \binom{5}{1} \binom{5}{4}$

45. 204

แบ่ง 3 กรณี : ซ้ำสองคู่, ซ้ำ 1 ต่าง 2, ต่างหมด =  $\binom{4}{2} \frac{4!}{2!2!} + \binom{4}{1} \binom{3}{2} \frac{4!}{2!} + \binom{4}{4} 4!$

46. 1.5

$$\log_2(-3 \cos x) = \log_2 2 + \log_2 \sin^2 x \rightarrow -3 \cos x = 2 \sin^2 x = 2(1 - \cos^2 x) \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}, \times$$

หลัง log ต้องเป็นบวก  $\rightarrow x$  อยู่  $Q_3 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)$

47. 387

$$51 \text{ มี } z = -1.5, 66 \text{ มี } z = 1 \rightarrow \text{พท} = 0.433 + 0.341 = 0.774 = 387$$

48. 80

แจกแจงปกติ :  $\bar{x} = \text{Med} = 12$  ;  $s^2 = \frac{\sum x^2}{N} - 12^2 = 8^2 \rightarrow \sum x^2 = 208N$

$$5440 = \sum(x^2 - 20x + 100) = \sum x^2 - 20 \sum x + \sum 100 = 208N - 20(12N) + 100N = 68N$$

49. 840

แทน (1, 1) ได้  $f(2) = 12 \rightarrow$  แทน (2, 2) ได้  $f(4) = 40 \rightarrow$  แทน (4, 4) ได้  $f(8) = 144 \rightarrow$  แทน (8, 8) ได้  $f(16) = 544 \rightarrow$  แทน (4, 16) ได้  $f(20) = 840$

50. 7

$a(n, m) = a(n, m - 1) + a(n - 1, m - 1)$  แปลว่า ช่องทางขวา = 2 ช่องซ้ายบวกกัน

$n \backslash m$	1	2	3	4
1	10			
2	5	15		
3	$x$	$x + 5$	$x + 20$	
4	4	$x + 4$	$2x + 9$	50

$$x + 20 + 2x + 9 = 50$$