PAT 1 (มี.ค. 55)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 3 มีนาคม 2555 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. สำหรับเซต S ใดๆ ให้ S' แทนคอมพลีเมนต์ของเซต S กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตในเอกภพสัมพัทธ์ $\mathcal{U}$ โดยที่ $A \cap B = B$, $C \subset A$ และ $B \cap C \neq \emptyset$
   ถ้าเซต $\mathcal{U}$ มีสมาชิก 12 ตัว เซต $A' \cup B'$ มีสมาชิก 10 ตัว และเซต $A \cap B'$ มีสมาชิก 4 ตัว
   แล้วจะมีเซต C ทั้งหมดกี่เซต
   1. 60 เซต
   2. 48 เซต
   3. 16 เซต
   4. 8 เซต

2. กำหนดให้ p, q, r และ s เป็นประพจน์ใดๆ
   ประพจน์ $[(p \wedge \sim q) \vee \sim p] \Rightarrow [(r \vee s) \wedge (r \vee \sim s)]$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้
   1. $p \Rightarrow r$
   2. $q \Rightarrow r$
   3. $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$
   4. $(q \vee r) \wedge (q \vee s)$

3. ถ้า A แทนเซตของจำนวนเต็มทั้งหมด ที่สอดคล้องกับอสมการ $3|x-1|-2x > 2|3x+1|$ และ B แทนเซตคำตอบของอสมการ $x(x+2)(x+1)^2 < 0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. เซต $A-B$ มีสมาชิก 5 ตัว
2. $A \cup B = A$
3. เซต $A \cap B$ มีสมาชิก 1 ตัว
4. $(A-B) \cup (B-A) = B$

4. กำหนด R แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $r = \{ (x,y) \in \mathrm{R} \times \mathrm{R} \mid |x|y + y - x - 1 = 0 \}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. r เป็นความสัมพันธ์ที่มีโดเมน $\mathrm{D}_r = \{ x \in \mathrm{R} \mid x \neq -1 \}$

ข. ความสัมพันธ์ r^{-1} เป็นฟังก์ชัน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

5. กำหนดให้ $0° < \theta < 45°$ และให้ $A = (\sin\theta)^{\tan\theta}$ $B = (\sin\theta)^{\cot\theta}$ $C = (\cot\theta)^{\sin\theta}$ $D = (\cot\theta)^{\cos\theta}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $A < B < C < D$
2. $B < A < C < D$
3. $A < C < D < B$
4. $C < D < B < A$

6. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมี a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A มุม B และ มุม C ตามลำดับ ถ้ามุม C เท่ากับ $60°$ $b = 5$ และ $a - c = 2$
แล้วความยาวของเส้นรอบรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 25 2. 29 3. 37 4. 45

7. วงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน x แกนโทอยู่บนแกน y ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 12 หน่วย ถ้าความยาวของคอร์ดที่ผ่านจุดโฟกัสหนึ่งและตั้งฉากกับแกนเอกของวงรี เท่ากับ 10 หน่วย แล้วสมการของวงรี คือข้อใดต่อไปนี้
1. $5x^2 + 9y^2 = 405$ 2. $9x^2 + 5y^2 = 81$
3. $5x^2 + 9y^2 = 225$ 4. $9x^2 + 5y^2 = 20$

8. พาราโบลาที่มีจุดโฟกัส F อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ และมีจุดยอด V อยู่ที่จุดตัดของวงกลมกับแกน y ถ้า A และ B เป็นจุดบนพาราโบลาซึ่งส่วนของเส้นตรง $\overline{AB}$ ผ่านจุดโฟกัส F และตั้งฉากกับแกนของพาราโบลา แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม VAB เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 9 ตารางหน่วย 2. 12 ตารางหน่วย 3. 18 ตารางหน่วย 4. 36 ตารางหน่วย

9. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $\left(\frac{3}{5}\right)^{(5x^2-23x+3)} > \left(\frac{5}{3}\right)^{(x+5)}$ แล้ว A เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $\{ x \in \mathrm{R} \mid (5x-1)(x-3) < 0 \}$
2. $\{ x \in \mathrm{R} \mid (4x-1)(x-4) < 0 \}$
3. $\{ x \in \mathrm{R} \mid (2x-1)(x-5) < 0 \}$
4. $\{ x \in \mathrm{R} \mid |x-1| < 2 \}$

10. กำหนดให้ $x > 1$, $a > 1$, $b > 1$ และ $c > 1$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $b^2 = ac$ แล้ว $(\log_a x)(\log_b x - \log_c x) = (\log_c x)(\log_a x - \log_b x)$

ข. ถ้า $c > b + 1$ และ $a^2 + b^2 = c^2$ แล้ว

$$\log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a = 2\left(\log_{(c+b)} a\right)\left(\log_{(c-b)} a\right)$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

11. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\log\left(\sqrt{x+1}+5\right) = \log x$ และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $\log_2(3x) + \log_4(9x) + \log_8(27x) = 3 + 2\log_{64}(x)$ ผลคูณของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cup B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{12}{9}$
2. $\frac{16}{9}$
3. $\frac{32}{9}$
4. $\frac{96}{9}$

12. กำหนดให้ จุด $A(-1,1), B(2,5)$ และ $C(2,-3)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B ลากส่วนเส้นตรง $\overline{CD}$ ตั้งฉากกับเส้นตรง L ที่จุด D แล้วเวกเตอร์ $\overrightarrow{AD}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{7}{25}(3\bar{\imath}-4\bar{\jmath})$
2. $\frac{7}{25}(3\bar{\imath}-4\bar{\jmath})$
3. $-\frac{7}{25}(3\bar{\imath}+4\bar{\jmath})$
4. $\frac{7}{25}(3\bar{\imath}+4\bar{\jmath})$

13. กำหนดให้ a, b, c, d, x และ y เป็นจำนวนจริง และ

$$A=\begin{bmatrix}1 & x\\ y & -1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \text{ และ } \mathrm{I}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

ถ้า $A^2=\mathrm{I}$ และ $AB=2C$ แล้ว ค่าของ $\det(B^{-1})$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.25
2. 0.5
3. 2
4. 4

14. กำหนดให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ซึ่งไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $|\bar{u}-\bar{v}|^2<|\bar{u}|^2-|\bar{v}|^2$

ข. ถ้า $\bar{u}$ ตั้งฉากกับ $\bar{v}$ แล้ว $|\bar{u}-\bar{v}|^2=|\bar{u}|^2+|\bar{v}|^2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

15. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. สำหรับ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n+b^n}{(a+b)^n} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

ข. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิตของจำนวนจริง โดยที่ $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_m} = \frac{n^2}{m^2}$ สำหรับจำนวนเต็มบวก n และ m ที่แตกต่างกัน แล้ว $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

16. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง กำหนดให้ $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ทุกอันดับ โดยที่ $f''(x) = 2x + 1$ และ $f'(2) = 2$

สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $(1, 3)$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$
2. $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
3. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
4. $y = \frac{1}{2}x + 2$

17. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $g : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ และ $h : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่

$f(x) = \frac{ax+1}{x^2+1}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง $g(x) = (x^2+1)f'(x)$ และ $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{เมื่อ } x \geq 2 \\ g(x) & \text{เมื่อ } x < 2 \end{cases}$

ถ้าฟังก์ชัน h ต่อเนื่องที่ $x = 2$ แล้ว ค่าของ $2h(-2) - h(2)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.6
2. 0.8
3. 1
4. 3

18. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$, $g:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ และ $h:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ เป็นฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ทุกอันดับ โดยที่ $h(x)=x^2+4$, $g(x)=h(f(x)-1)$ และ $f'(1)=g'(1)=1$ แล้วค่าของ $f(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 1.5 3. 1 4. 0.5

19. กำหนดสมการจุดประสงค์ คือ $P=3x+2y$ โดยมีอสมการข้อจำกัด ดังนี้ $x+2y\le 6$, $2x+y\le 8$, $-x+y\le 1$, $x\ge 0$ และ $0\le y\le 2$ ค่าของ P มีค่ามากสุด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 10 2. 12 3. $\frac{38}{3}$ 4. 18

20. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 25 คะแนนและ 5 คะแนน ตามลำดับ ถ้านำคะแนนของนายสายชลและนางสาวฟ้าซึ่งสอบได้ 20 คะแนนและ 30 คะแนน ตามลำดับ มารวมด้วยแล้วส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

21. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ สุ่มหาสับเซตของ A ที่มีสมาชิก 3 ตัว ความน่าจะเป็นที่จะได้สับเซต $\{a, b, c\} \subset A$ โดยที่ $a < b < c$ และ a, b, c เป็นลำดับเลขคณิต เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{6}{210}$
2. $\frac{9}{210}$
3. $\frac{6}{35}$
4. $\frac{9}{35}$

22. ตารางต่อไปนี้ เป็นข้อมูลเกี่ยวกับอายุของพนักงานจำนวน 50 คน

อายุไม่เกิน (ปี)	จำนวน (คน)
25	9
30	17
35	24
40	37
45	43
50	50

ถ้าอายุต่ำสุดของพนักงาน คือ 21 ปี แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 35
2. 37.5
3. 41
4. 43

23. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มๆละ 10 คน ทำแบบทดสอบวัดความถนัดฉบับหนึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ได้คะแนนของนักเรียนแต่ละคนดังนี้

กลุ่มที่ 1	7	6	5	8	3	6	9	7	6	10
กลุ่มที่ 2	6	9	15	12	1	8	7	7	5	6

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ความสามารถของนักเรียนกลุ่มที่ 1 มีความแตกต่างกันมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ 2

ข. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 เท่ากับ $\frac{5}{14}$ และ $\frac{3}{14}$ ตามลำดับ

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

24. <u>นิยาม</u> $a * b = a^b$ สำหรับ a และ b เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวก แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $a * (b * c) = (a * c) * b$
2. $(a * b) * c = a * (bc)$
3. $a * (b * c) = (a * b) * c$
4. $(a + b) * c = (a * c) + (b * c)$

25. กำหนดให้ $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$, $b = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2 \ldots}}}}$ และ $c = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\frac{1}{c} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
2. $\frac{1}{c} > \frac{1}{b} > \frac{1}{a}$
3. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$
4. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. ในการสำรวจสโมสรแห่งหนึ่งมีสมาชิกจำนวน 100 คน พบว่าชอบอ่านนวนิยายหรือหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร อย่างน้อย 1 รายการ และ มี 75 คน ชอบอ่านนวนิยาย
มี 70 คน ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ และ
มี 80 คน ชอบอ่านนิตยสาร
มีสมาชิกอย่างน้อยกี่คนที่ชอบอ่านทั้งสามรายการ

27. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ถ้า $ax^5 + bx + 4$ หารด้วย $(x-1)^2$ ลงตัว แล้ว $a - b$ เท่ากับเท่าใด

28. จงหาค่าของ $2\sin^2 60° (\tan 5° + \tan 85°) - 12\sin 70°$

29. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\arccos(x) = \arccos\left(x\sqrt{3}\right) + \arccos\left(\sqrt{1-x^2}\right)$
และให้ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $\arccos(x) = \arcsin(x) + \arcsin(1-x)$
จำนวนสมาชิกของเซต $P(A-B)$ เท่ากับเท่าใด เมื่อ $P(S)$ แทนเพาเวอร์เซตของเซต S

30. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน (nonsingular matrix) มิติ 3×3
และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์การคูณ มิติ 3×3
ถ้า $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ เมื่อ a, b, c, d, e, f, g, h และ i เป็นจำนวนจริง และ $A^3 = 2\mathrm{I}$, $\det(C^{-1}) = 4$ และ
$B^t C = \begin{bmatrix} -3g & -3h & -3i \\ -a & -b & -c \\ 2d & 2e & 2f \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(B)$ เท่ากับเท่าใด

31. ให้ $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ เมื่อ a, b, c, d, e เป็นจำนวนจริง
ถ้ากราฟ $y = f(x)$ ตัดกับกราฟ $y = 3x + 2$ ที่ $x = -1, 0, 1, 2$
แล้วค่าของ $f(3) - f(-2)$ เท่ากับเท่าใด

32. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน
โดยที่ $|z_1 + z_2| = 3$ และ $|z_1 - z_2| = 1$ (เมื่อ $|z|$ แทนค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน z)
ค่าของ $|z_1|^2 + |z_2|^2$ เท่ากับเท่าใด

33. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน z ทั้งหมดที่สอดคล้องกับ $2|z| - 3z = 9\mathrm{i} - 2$ และ $B = \left\{ |w|^2 \,\middle|\, w = \frac{(1+\mathrm{i})z}{2+\mathrm{i}} \text{ เมื่อ } z \in A \right\}$ เมื่อ $\mathrm{i}^2 = -1$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด

34. ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มีอัตราส่วนร่วมเป็นจำนวนจริงบวก ถ้าผลบวกของสองพจน์แรก เท่ากับ 20 และผลบวกของสี่พจน์แรก เท่ากับ 65 แล้ว ผลบวกของหกพจน์แรก เท่ากับเท่าใด

35. จงหาค่าของ $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}} + \sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}} + \cdots + \sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}\right)$

36. กำหนดให้ $t_n = 2^n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \ldots$ และ $a_n = 5^{t_n} + 5^{-t_n}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \ldots$
ค่าของ $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_1 a_2 \ldots a_n}$ เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ และ $g : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่ $f(x) = 2x + 3$ และ $(g \circ f)(x) = 8x^3 + 44x^2 + 80x + 48$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
แล้วค่าของ $\int_0^6 f\big(g(x)\big)\,dx$ เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้ R แทนเซตของจำวนจริง กำหนด $g(x) = x^2 + x + 3$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
ถ้า $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ เป็นฟังก์ชัน และสอดคล้องกับ

$$(f \circ g)(x) + 2(f \circ g)(1 - x) = 6x^2 - 10x + 17$$

$$2(f \circ g)(x) + (f \circ g)(1 - x) = 6x^2 - 2x + 13$$

ค่าของ $f(383)$ เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + ax + b$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกัน และให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ที่ $x = a$ และ $x = b$ ตามลำดับ
ถ้า L_1 ขนานกับ L_2 และ $\lim_{h\to 0} \frac{9h}{f(1+h)-f(1)} = 1$ แล้วค่าของ $\int_0^2 f(x)\,dx$ เท่ากับเท่าใด

40. จงหาค่าของ $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{(\cot^3 x - 1)\operatorname{cosec}^2 x}{1+\cos 2x - 2\sin^2 x}$

41. ให้ S เป็นเซตของพหุนาม $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ โดยที่ a, b, c, d เป็นสมาชิกในเซต $\{0, 1, 2, \dots\}$ ซึ่งมีสมบัติสอดคล้องกับ $2a + b + c + d = 4$ จำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับเท่าใด

42. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วยจำนวน $11, 3, 6, 3, 5, 3, x$ ให้ S เป็นเซตของ x ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งทำให้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลชุดนี้ มีค่าแตกต่างกันทั้งหมด และ ในบรรดาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม เหล่านี้นำมาจัดเรียงกันใหม่จากน้อยไปมากแล้วเป็นลำดับเลขคณิต จงหาผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต S

43. มีหนังสือที่แตกต่างกัน 5 เล่ม คือ หนังสือ ก หนังสือ ข หนังสือ ค หนังสือ ง และ หนังสือ จ สุ่มเลือกหนังสือเหล่านี้มาครั้งละ 3 เล่ม ความน่าจะเป็นที่จะได้หนังสือ ก หรือ หนังสือ ข เท่ากับเท่าใด

<u>ข้อมูลต่อไปนี้ สำหรับตอบคำถามข้อ 44 และข้อ 45</u>

ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนจำนวน 30 คน ปรากฏว่ามีนักเรียน 17 คน สอบได้คะแนนในช่วง 10 – 39 คะแนน มีนักเรียน 10 คน สอบได้คะแนนในช่วง 40 – 49 คะแนน และมีนักเรียน 3 คน สอบได้คะแนนในช่วง 50 – 59 คะแนน

44. ถ้าแบ่งคะแนนเป็นเกรด 3 ระดับ คือ เกรด A เกรด B และเกรด C โดยที่ 10% ของนักเรียนได้เกรด A และ 20% ของนักเรียนได้เกรด B แล้ว คะแนนสูงสุดของเกรด C เท่ากับกี่คะแนน

45. จากข้อมูลข้างต้น สมมุติว่าคะแนนมีการแจกแจงปกติ มีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น $\frac{1}{3}$ ถ้าคะแนนสูงสุดของเกรด B มีคะแนนมาตรฐานเป็น 1.5 แล้ว คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้เท่ากับกี่คะแนน

46. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัด ชาย 3 คน และหญิง 3 คน ซึ่งมี นาย ก. และ นางสาว ข. รวมอยู่ด้วย ให้ยืนเป็นแถวตรง 2 แถวๆละ 3 คน โดยที่ นาย ก. และ นางสาว ข. ไม่ได้ยืนติดกันในแถวเดียวกัน

47. ถ้า d เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 และจำนวน 1059 , 1417 และ 2312 หารด้วย d แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน คือ r แล้วค่าของ $d + r$ เท่ากับเท่าใด

48. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง ถ้ากราฟ $y = -|x - 1 - a| + b$ และ กราฟ $y = |x - c| - d$ ตัดกันที่จุด $(2, 5)$ และ $(8, 3)$ แล้วค่าของ $a + b + c + d$ เท่ากับเท่าใด

49. กำหนดให้ ab เป็นจำนวนสองหลัก โดยที่ $a, b \in \{1, 2, \ldots, 9\}$ และ a เท่ากับสองเท่าของ b ถ้า $(310 \times ab) - (465 \times ba) = 2790$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด

50. กำหนด S เป็นเซตของ (a, b, c, d, e, f) โดยที่ $a, b, c, d, e, f \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ ซึ่งมีสมบัติสอดคล้องกับ $a^3 - c^2 = 4$, $2^b - d^2 = 7$ และ $e^3 - f^2 = -1$ จำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับเท่าใด

เฉลย

1. 2	11. 3	21. 4	31. 135	41. 22
2. 3	12. 3	22. 1	32. 5	42. 22
3. 1	13. 1	23. 4	33. 10	43. 0.9
4. 4	14. 3	24. 2	34. 166.25	44. 43.5
5. 2	15. 1	25. 4	35. 1	45. 33
6. 4	16. 2	26. 25	36. 24.96	46. 528
7. 1	17. 4	27. 6	37. 990	47. 343
8. 3	18. 2	28. 6	38. 763	48. 15
9. 2	19. 3	29. 1	39. 4	49. 9
10. 1	20. 2	30. 48	40. 3	50. 6

แนวคิด

1. 2

$n(A' \cup B') = 10 \rightarrow n(B) = 2$; $n(A \cap B') = 4 = n(A - B)$

จำนวนเซต C = สับเซตทั้งหมดของ A − สับเซตของ A ที่ $\cap B$ แล้วเป็น $\emptyset = 2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$

2. 3

$\equiv [\mathrm{T} \wedge (\sim q \vee \sim p)] \Rightarrow [r \vee \mathrm{F}] \equiv (\sim q \vee \sim p) \Rightarrow r \equiv (q \wedge p) \vee r$

3. 1

A แบ่ง 3 กรณี : $(-\infty, -\frac{1}{3})$ ได้ $-4, \ldots, -1$; $[-\frac{1}{3}, 1)$ ได้ 0 ; $[1, \infty)$ ไม่มีคำตอบ $\rightarrow -4, \ldots, 0$

B ไม่สลับ $\pm$ ตรง 1 ได้ $(-2, -1) \cup (-1, 0)$

4. 4

$y = \frac{x+1}{|x|+1} \rightarrow \mathrm{D}_r = \mathrm{R} \rightarrow$ ก. ผิด ; ถ้า $x \geq 0$ ได้ $y = \frac{x+1}{x+1} = 1$ หมด $\rightarrow$ many to one $\rightarrow$ ข. ผิด

5. 2

A กับ B : $\sin\theta < 1$, $\tan\theta < \cot\theta \rightarrow (\sin\theta)^{\tan\theta} > (\sin\theta)^{\cot\theta} \rightarrow A > B$

C กับ D : $\cot\theta > 1$, $\sin\theta < \cos\theta \rightarrow (\cot\theta)^{\sin\theta} < (\cot\theta)^{\cos\theta} \rightarrow C < D$

A กับ C : A ฐาน < 1 ยกกำลังเลขบวก ได้ $A < 1$, C ฐาน > 1 ยกกำลังเลขบวก $\rightarrow C > 1 \rightarrow A < C$

6. 4

$(a-2)^2 = a^2 + 5^2 - 2a(5)\cos 60° \rightarrow a = 21$

7. 1

$c = \frac{12}{2} = 6$; $a^2 - b^2 = 36$, $\frac{2b^2}{a} = 10 \rightarrow a^2 = 81$, $b^2 = 45$

8. 3

$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9 \rightarrow \mathrm{F}(3, -2)$; แทน $x = 0 \rightarrow$ ตัดแกน y ที่ $\mathrm{V}(0, -2) \rightarrow c = 3$

AB = ลาตัสเรคตัม = ยาว $4c = 12 \rightarrow$ พท $= \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$

9. 2

ฐาน < 1 ต้องกลับเครื่องหมาย $\rightarrow 5x^2 - 23x + 3 < -x - 5 \rightarrow x \in \left(\frac{2}{5}, 4\right)$

10. 1

$(\log_a x)(\log_b x - \log_c x) = \frac{1}{\log_x a}\left(\frac{1}{\log_x b} - \frac{1}{\log_x c}\right) = \frac{\log_x(c/b)}{(\log_x a)(\log_x b)(\log_x c)}$

ทำนองเดียวกัน ฝั่งขวาได้ $= \frac{\log_x(b/a)}{(\log_x a)(\log_x b)(\log_x c)}$ เท่ากัน เพราะ $ac = b^2 \rightarrow \frac{c}{b} = \frac{b}{a}$

$\log_{(c+b)} a + \log_{(c-b)} a = \frac{1}{\log_a c+b} + \frac{1}{\log_a c-b} = \frac{\log_a c^2-b^2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)} = \frac{\log_a a^2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)}$

$= \frac{2}{(\log_a c+b)(\log_a c-b)} =$ ทางขวา

11. 3

$A: \sqrt{x+1} + 5 = x \rightarrow x \geq 5$ และ $x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow x = \cancel{3}, 8$

$B: (3x)(9x)^{\frac{1}{2}}(27x)^{\frac{1}{3}} = (2^3)(x)^{\frac{2}{6}} \rightarrow x = \frac{4}{9}$

12. 3

$\overrightarrow{AD} =$ โปรเจคชันของ $\overrightarrow{AC}$ บน $\overrightarrow{AB} = \left(\left|\overrightarrow{AC}\right| \cos\theta\right)\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\right)\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$

(ถ้า $\theta > 90°$ มันจะปรับเครื่องหมายให้อัตโนมัติ) แทน $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 5-1 \\ 2-(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} -3-1 \\ 2-(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{AD} = \left(\frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\right)\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{(4)(-4)+(3)(3)}{5}\right)\left(\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = -\frac{7}{25}\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

13. 1

$\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow 1 + xy = 1 \rightarrow xy = 0 \rightarrow \det A = (1)(-1) - xy = -1$

เอา $AB = 2C$ มาใส่ det ตลอด ได้ $\det A \det B = 4 \det C \rightarrow \det B = \frac{4(-1)}{-1} = 4$

14. 3

ก. ถ้า $\bar{u} = \bar{v}$ ได้ $0 < 0$ ผิด (ถึง $\bar{u} \neq \bar{v}$ ก็ยังผิด เพราะ $\bar{u}, \bar{v}, \bar{u} - \bar{v}$ ประกอบเป็นสามเหลี่ยม ก. ผิด ในกรณีสามเหลี่ยมมุมป้าน) ; ข ถูก จากพีทากอรัส

15. 1

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n+b^n}{(a+b)^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{(a+b)^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b^n}{(a+b)^n} = \frac{\frac{a}{a+b}}{1-\frac{a}{a+b}} + \frac{\frac{b}{a+b}}{1-\frac{b}{a+b}} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$

$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_m} = \frac{\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)}{\frac{m}{2}(2a_1+(m-1)d)} = \frac{n^2}{m^2} \rightarrow \frac{2a_1+(n-1)d}{2a_1+(m-1)d} = \frac{n}{m}$

$\rightarrow 2a_1m + mnd - md = 2a_1n + mnd - nd \rightarrow (2a_1 - d)(m - n) = 0$ แต่ $m \neq n$ ดังนั้น $2a_1 = d$

จะได้ $\frac{a_m}{a_n} = \frac{a_1+(m-1)d}{a_1+(n-1)d} = \frac{a_1+(m-1)(2a_1)}{a_1+(n-1)(2a_1)} = \frac{a_1(1+(m-1)(2))}{a_1(1+(n-1)(2))} = \frac{2m-1}{2n-1}$

16. 2

$f'(x) = x^2 + x - 4 \rightarrow$ ที่ $(1, 3)$ ชัน $= -2 \rightarrow$ เส้นตรงชัน $= \frac{1}{2} \rightarrow$ สมการคือ $\frac{y-3}{x-1} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

17. 4

$g(x) = (x^2+1)\left(\frac{(x^2+1)(a)-(ax+1)(2x)}{(x^2+1)^2}\right) = \frac{a-2x-ax^2}{x^2+1}$

h ต่อเนื่อง $\rightarrow f(2) = g(2) \rightarrow \frac{2a+1}{5} = \frac{a-4-4a}{5} \rightarrow a = -1$

$2h(-2) - h(2) = 2g(-2) - f(2) = 2\left(\frac{-1+4+4}{5}\right) - \left(-\frac{1}{5}\right) = 3$

18. 2

$g(x) = (f(x)-1)^2 + 4 \rightarrow g'(x) = 2(f(x)-1)\big(f'(x)\big) \rightarrow 1 = 2(f(1)-1)(1) \rightarrow f(1) = 1.5$

19. 3

วาดรูป ได้จุดต้องสงสัยคือ $(2,2), (\frac{10}{3},\frac{4}{3}), (4,0)$ ได้มากสุดที่ $(\frac{10}{3},\frac{4}{3}) = \frac{38}{3}$

20. 2

เดิม $\sum x = (25)(30) = 750$, $\frac{\sum x^2}{30} - 25^2 = 5^2 \rightarrow \sum x^2 = 19500$

ใหม่ $\sum x = 750+20+30 = 800 \rightarrow \bar{x} = \frac{800}{32} = 25$, $\sum x^2 = 19500+20^2+30^2 = 20800$

$s = \sqrt{\frac{20800}{32} - 25^2} = 5$

21. 4

$d = 1 : 123, 234, \ldots, 567 = 5$; $d = 2 : 135, 246, 357 = 3$; $d = 3 : 147 = 1 \rightarrow \frac{5+3+1}{\binom{7}{3}}$

22. 1

21 - 25	9
26 - 30	8
31 - 35	7
36 - 40	13
41 - 45	6
46 - 50	7

$\bar{d} = \frac{9(-3)+8(-2)+7(-1)+0+6(1)+7(2)}{50} = \frac{-30}{50} = -0.6$

$\bar{x} = (-0.6)(5) + 38 = 35$

23. 4

กลุ่มที่ 1	3	5	6	6	6	7	7	8	9	10
กลุ่มที่ 2	1	5	6	6	7	7	8	9	12	15

เห็นชัดว่า กลุ่ม 1 กระจายมากกว่า หรือใช้ สปส พิสัยก็ได้ $\frac{10-3}{10+3} < \frac{15-1}{15+1}$

$Q_1 =$ ตัวที่ $\frac{(1)(10+1)}{4} =$ ตัวที่ 2.75 ; $Q_3 =$ ตัวที่ $\frac{(3)(10+1)}{4} =$ ตัวที่ 8.25

กลุ่ม 1 : $Q_1 = 5 + 0.75(6-5) = 5.75$, $Q_3 = 8 + 0.25(9-8) = 8.25 \rightarrow \frac{8.25-5.75}{8.25-5.75} = \frac{5}{28}$

กลุ่ม 2 : $Q_1 = 5 + 0.75(6-5) = 5.75$, $Q_3 = 9 + 0.25(12-9) = 9.75 \rightarrow \frac{9.75-5.75}{9.75-5.75} = \frac{8}{31}$

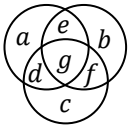
24. 2

เพราะ $\left(a^b\right)^c = a^{bc}$

25. 4

$a = 2+\sqrt{3}\ ;\ b^2 = 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\ldots}}} = 2b \rightarrow b = \cancel{0}, 2\ ; \rightarrow b < c < a$

26. 25



$a+b+c+2d+2e+2f+3g = 75+70+80 = 225$ ...(1)
$a+b+c+d+e+f+g = 100$ ...(2)
$(1)-2(2):\ g-a-b-c = 25$

27. 6

$a+b+4=0$ ...(1)
ax^5+bx+4 หารสังเคราะห์ด้วย $x-1$ ได้ $ax^4+ax^3+ax^2+ax+a+b \rightarrow 5a+b=0$ ...(2)
แก้ (1) , (2) ได้ $a=1\ ,\ b=-5$

28. 6

$=\frac{3}{2}\left(\frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ}+\frac{\cos 5^\circ}{\sin 5^\circ}\right)-12\sin 70^\circ = \frac{3}{\sin 10^\circ}-12\sin 70^\circ = \frac{3+6(\cos 80^\circ-\cos 60^\circ)}{\sin 10^\circ} = \frac{6\cos 80^\circ}{\sin 10^\circ} = 6$

29. 1

$\operatorname{acos}(x\sqrt{3}) = \operatorname{acos}(x)-\operatorname{acos}(\sqrt{1-x^2})$ ใส่ cos ตลอด ได้ $x\sqrt{3} = x\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-x^2}|x|$
ถ้า $x<0$ ได้ $x\sqrt{3}=0$ ขัดแย้ง ดังนั้น $x\geq 0$ และ $x\sqrt{3} = 2x\sqrt{1-x^2} \rightarrow x = 0\ ,\frac{1}{2}$ ตรวจคำตอบ ได้ทั้งสองตัว
แทน $0\ ,\frac{1}{2}$ ใน B จริงทั้งสองตัว $\rightarrow A-B=\emptyset$

30. 48

$\det(A^3) = 8\det(\mathrm{I}) \rightarrow \det A = 2\ ;\ \det(B^tC) = (-3)(-1)(2)(-1)(-1)\det A = 12$
$\det(B^tC) = \det B\cdot\frac{1}{4} \rightarrow \det B = (12)(4)$

31. 135

หาจุดตัด แก้ $f(x) = 3x+2 \rightarrow f(x)-3x-2 = (x+1)(x)(x-1)(x-2)(x-k)\ ,k\in\{-1,0,1,2\}$
$f(3) = (4)(3)(2)(1)(3-k)+11 = 83-24k$
$f(-2) = (-1)(-2)(-3)(-4)(-2-k)-4 = -52-24k$

32. 5

จากสูตร $|z+w|^2 = |z|^2+|w|^2+(z\bar{w}+\bar{z}w)$ และ $|z-w|^2 = |z|^2+|w|^2-(z\bar{w}+\bar{z}w)$
บวกกัน จะได้ $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2 = 2|z_1|^2+2|z_2|^2$
แต่ $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2 = 3^2+1^2 = 10 = 2|z_1|^2+2|z_2|^2 \rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2 = 5$

33. 10

$2|z| = 3z+9\mathrm{i}-2 \rightarrow$ ฝั่งซ้ายเป็น R $\rightarrow z = a-3\mathrm{i} \rightarrow 2\sqrt{a^2+9} = 3a-2 \rightarrow a = -\cancel{\frac{8}{5}}, 4$
$|w|^2 = \left(\frac{\sqrt{1^2+1^2}\sqrt{4^2+3^2}}{\sqrt{2^2+1^2}}\right)^2 = 10$

34. 166.25

$a_1 + a_1r = 20\ ;\ a_1r^2 + a_1r^3 = 65 - 20 = 45 = r^2(a_1 + a_1r) = r^2(20)\ \rightarrow\ r^2 = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$

$a_1r^4 + a_1r^5 = r^4(a_1 + a_1r) = \left(\frac{9}{4}\right)^2(20) = 101.25\ \rightarrow\ 65 + 101.25$

35. 1

$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2(n+1)^2+n^2+2n+1+n^2}{n^2(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2(n+1)^2+2n(n+1)+1}{n^2(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{(n(n+1)+1)^2}{n^2(n+1)^2}} = \frac{n(n+1)+1}{n(n+1)}$

$= 1 + \frac{1}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}$ → เทเลสโคป ได้ $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}(n+1) = 1$

36. 24.96

เอา $5^2 - 5^{-2}$ คูณบนล่าง ข้างล่างจะเข้าสูตร น$^2 -$ ล^2 ได้เรื่อยๆ สุดท้าย ได้ $5^{2^{n+1}} - 5^{-2^{n+1}}$

$= \frac{(5^2-5^{-2})\left(5^{2^{n+1}}+5^{-2^{n+1}}\right)}{5^{2^{n+1}}-5^{-2^{n+1}}} = 25 - \frac{1}{25}$

37. 990

$k = 2x + 3\ \rightarrow\ x = \frac{k-3}{2}\ \rightarrow\ g(k) = (k^3 - 9k^2 + 27k - 27) + 11(k^2 - 6k + 9) + 40(k - 3) + 48$

$= k^3 + 2k^2 + k\ \rightarrow\ f\big(g(x)\big) = 2k^3 + 4k^2 + 2k + 3\ \rightarrow\ \frac{2(6^4)}{4} + \frac{4(6^3)}{3} + \frac{2(6^2)}{2} + 3(6) = 990$

38. 763

$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$ จะหา $f(383)$ ต้องให้ $g(x) = x^2 + x + 3 = 383\ \rightarrow\ x = -20, 19$

แทน $x = -20$ ได้ $f(383) + 2(f \circ g)(21) = 2617$ ...(1) กับ $2f(383) + (f \circ g)(21) = 2453$ ...(1)

$2(2) - (1)$ ได้ $3f(383) = 2289$

39. 4

$\lim_{h\to0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 9 = f'(1) = 3(1)^2 + a\ \rightarrow\ a = 6\ ;$ L_1 ขนาน $L_2\ \rightarrow\ 3a^2 + a = 3b^2 + a$

แต่ a, b ต่างกัน $\rightarrow b = -6\ ;\ f(x) = x^3 + 6x - 6\ \rightarrow\ \frac{2^4}{4} + \frac{6(2^2)}{2} - 6(2) = 4$

40. 3

$= \frac{(\cot x-1)(\cot^2 x+\cot x+1)\operatorname{cosec}^2 x}{2\cos^2 x-2\sin^2 x} = \frac{\left(\frac{\cos x-\sin x}{\sin x}\right)(\cot^2 x+\cot x+1)\operatorname{cosec}^2 x}{2(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)} = \frac{\left(\frac{1}{\sin x}\right)(\cot^2 x+\cot x+1)\operatorname{cosec}^2 x}{2(\cos x+\sin x)}$

$\rightarrow \frac{(\sqrt{2})(1+1+1)(\sqrt{2})^2}{2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 3$

41. 22

กรณี $a = 2\ \rightarrow\ b + c + d = 0\ \rightarrow$ 0,0,0 $\rightarrow$ 1 แบบ

กรณี $a = 1\ \rightarrow\ b + c + d = 2\ \rightarrow$ 0,0,2 กับ 0,1,1 $\rightarrow 2\left(\frac{3!}{2!}\right)$ แบบ

กรณี $a = 0\ \rightarrow\ b + c + d = 4\ \rightarrow$ 0,0,4 กับ 0,1,3 กับ 0,2,2 กับ 1,1,2 $\rightarrow 3\left(\frac{3!}{2!}\right) + 3!$ แบบ

บวกทุกกรณี ได้ $1 + 5\left(\frac{3!}{2!}\right) + 3! = 22$

42. 22

เรียง ได้ $3, 3, 3, 5, 6, 11$ ยังไม่รู้ตำแหน่ง $x \rightarrow \text{Mode} = 3$ แน่ และ x ต้อง > 3 ไม่งั้น $\text{Med} = \text{Mode}$

จะได้ $\bar{x} = \frac{3+3+3+5+6+11+x}{7} = \frac{31+x}{7} > \frac{31+3}{7} = 4.85$ และ $\text{Med} = \begin{cases} x & x \in (3,5] \\ 5 & x > 5 \end{cases}$

กรณี $\text{Med} = x$: กรณี $3, \bar{x}, \text{Med}$ เป็นเลขคณิตไม่ได้ เพราะ $\bar{x} > 4.85$ และ $\text{Med} = x \in (3,5]$

กรณี $3, \text{Med}, \bar{x}$ ได้ $\frac{31+x}{7} = 2x - 3 \rightarrow x = 4$

กรณี $\text{Med} = 5$: กรณี $3, \bar{x}, 5$ ไม่ได้ เพราะ $\bar{x} > 4.85$ กรณี $3, 5, \bar{x}$ ได้ $\frac{31+x}{7} = 7 \rightarrow x = 18$

43. 0.9

ไม่ได้ (ก หรือ ข) มีแบบเดียว คือ ค ง จ $\rightarrow 1 - \frac{1}{\binom{5}{3}}$

44. 43.5

สูงสุดของ $\text{C} = \text{P}_{70}$ = ตัวที่ $\frac{70(30)}{100}$ = ตัวที่ 21 $= 39.5 + \left(\frac{21-17}{10}\right)10$

45. 33

สูงสุดของ $\text{B} = \text{P}_{90}$ = ตัวที่ $\frac{90(30)}{100}$ = ตัวที่ 27 = ตัวสุดท้ายของชั้น 2 = ขอบบน $= 49.5$

$1.5 = \frac{49.5-\bar{x}}{s}$ ...(1) กับ $\frac{s}{x} = \frac{1}{3}$ ...(2) แก้ได้ $\bar{x} = 33$

46. 528

นับแบบที่ยืนติดกัน = เลือกแถวให้ กข × เลือกอีกคนให้แถว กข × สลับในแถว กข × สลับในอีกแถว $= 2\times4\times4\times3!$

$= 192 \rightarrow 6! - 192 = 528$

47. 343

$d =$ ห.ร.ม. $(1417 - 1059,\ 2312 - 1417) = 179$, ตั้งหารได้ $r = 164$

48. 15

แทน $(2, 5), (8, 3)$ ต้องจริงทั้งคู่ $\rightarrow 5 = -|1 - a| + b$ ...(1) ; $3 = -|7 - a| + b$ ...(2)

$5 = |2 - c| - d$ ...(3) ; $3 = |8 - c| - d$ ...(4)

$(1) - (2) : 2 = |7 - a| - |1 - a| \rightarrow a \in [1, 7]$ ไม่งั้น $7 - a$ กับ $1 - a$ จะเครื่องหมายเหมือนกัน แล้วห่างกัน 6 ตลอด $\rightarrow 2 = (7 - a) - \big(-(1 - a)\big) \rightarrow a = 3 \rightarrow b = 7$

$(3) - (4) : 2 = |2 - c| - |8 - c| \rightarrow c \in [2, 8] \rightarrow 2 = -(2 - c) - (8 - c) \rightarrow c = 6 \rightarrow d = -1$

49. 9

$a = 2b \rightarrow ab = 10a + b = 21b$, $ba = 10b + a = 12b \rightarrow$ แก้ $310(21b) - 465(12b) = 2790$

ได้ $b = 3 \rightarrow a = 6$

50. 6

แทนค่าดู ได้ $(a, c) = (2, 2)$; $(b, d) = (3, 1), (4, 3), (5, 5)$; $(e, f) = (0, 1), (2, 3)$

$\rightarrow 1 \times 3 \times 2$